

### Úloha 5-29 Jednosměrná reakce prvního řádu v kaskádě, v promíchávaném a pístovém reaktoru

Reakce  $A = R$ , kterou je možno považovat za jednosměrnou, je prováděna izotermně v kaskádě dvou průtočných ideálně promíchávaných reaktorů stejného objemu,  $50 \text{ dm}^3$ . Rychlostní konstanta pochodu má hodnotu  $0,05 \text{ dm}^3 \text{ mol h}^{-1}$ . Do kaskády je nastříkováno  $0,25 \text{ m}^3/\text{h}$  směsi o vstupní koncentraci  $4 \text{ mol dm}^{-3}$  látky A.

(a) Vypočítejte koncentraci látky A na výstupu z druhého členu kaskády.

(b) Porovnejte takto dosaženou konverzi látky A s konverzí, které bychom dosáhli v jediném reaktoru objemu  $100 \text{ dm}^3$  (i) ideálně promíchávaném, (ii) s pístovým tokem.

Které uspořádání je nejvýhodnější?

[a)  $c_{A2} = 0,197 \text{ mol dm}^{-3}$ ; b)  $\alpha_{A,\text{pístový}} = 0,988 > \alpha_{A,\text{kaskáda}} = 0,951 > \alpha_{A,\text{mícháný}} = 0,9$  – pístový je nejvýhodnější]

#### Řešení

$$k_c = 0,05 \text{ m}^3 \text{ mol h}^{-1}$$

$$F_V = 0,25 \text{ m}^3 \text{ h}^{-1}$$

$$c_{A0} = 4 \text{ mol dm}^{-3} = 4000 \text{ mol m}^{-3}$$

$$(a) \text{ Kaskáda dvou reaktorů } V_1 = V_2 = 50 \text{ dm}^3 = 0,05 \text{ m}^3$$

– platí bilance (5.11):

$$\text{První člen kaskády: } F_V \cdot c_{A0} - F_V \cdot c_{A1} - r_{A1} \cdot V_1 = 0 \Rightarrow \frac{V_1}{F_V} = \frac{c_{A0} - c_{A1}}{r_{A1}}$$

$$r_{A1} = k_c \cdot c_{A1}^2 \quad ; \quad c_{A1} = c_{A0} \cdot (1 - \alpha_1)$$

$$\frac{V_1}{F_V} = \frac{c_{A0} - c_{A1}}{k_c \cdot c_{A1}^2}$$

$$c_{A1}^2 + c_{A1} \cdot \frac{F_V}{k_c \cdot V_1} - c_{A0} \cdot \frac{F_V}{k_c \cdot V_1} = 0 \quad ; \quad \frac{F_V}{k_c \cdot V_1} = \frac{0,25}{0,05 \cdot 0,05} = 100 \left[ \frac{\text{m}^3 \text{ h}^{-1}}{(\text{m}^3 \text{ mol}^{-1} \text{ h}^{-1}) \cdot \text{m}^3} = \text{mol m}^{-3} \right]$$

$$c_{A1}^2 + 100 \cdot c_{A1} - 100 \cdot 4000 = 0$$

$$c_{A1} = -50 \pm (50^2 + 4 \cdot 10^5)^{1/2} = 584,429 \text{ mol m}^{-3} = 0,584 \text{ mol dm}^{-3}$$

$$\text{Druhý člen kaskády: } F_V \cdot c_{A1} - F_V \cdot c_{A2} - r_{A2} \cdot V_2 = 0 \Rightarrow \frac{V_2}{F_V} = \frac{c_{A1} - c_{A2}}{r_{A2}}$$

$$r_{A2} = k_c \cdot c_{A2}^2 \quad ; \quad c_{A2} = c_{A0} \cdot (1 - \alpha_2)$$

$$\frac{V_2}{F_V} = \frac{c_{A1} - c_{A2}}{k_c \cdot c_{A2}^2}$$

$$c_{A2}^2 + c_{A2} \cdot \frac{F_V}{k_c \cdot V_2} - c_{A1} \cdot \frac{F_V}{k_c \cdot V_2} = 0 \quad , \quad V_1 = V_2 \quad , \quad \frac{F_V}{k_c \cdot V_1} = \frac{0,25}{0,05 \cdot 0,05} = 100 \text{ mol m}^{-3}$$

$$c_{A2}^2 + 100 \cdot c_{A2} - 100 \cdot 584,429 = 0$$

$$c_{A2} = -50 \pm (50^2 + 58442,9)^{1/2} = 196,8662 \text{ mol m}^{-3} = 0,197 \text{ mol dm}^{-3}$$

$$\alpha_{A,\text{kaskáda}} = \frac{4000 - 196,866}{4000} = 0,95078$$

$$(b) \text{ Jediný reaktor } V = 100 \text{ dm}^3 = 0,1 \text{ m}^3$$

(i) *ideálně promíchávaný*

$$\frac{V}{F_V} = \frac{c_{A0} - c_A}{k_c \cdot c_A^2} \quad , \quad \frac{F_V}{k_c \cdot V_1} = \frac{0,25}{0,05 \cdot 0,1} = 50 \text{ mol m}^{-3}$$

$$c_A^2 + 50 \cdot c_A - 50 \cdot 4000 = 0$$

$$c_A = -50 \pm (50^2 + 2 \cdot 10^5)^{1/2} = 400 \text{ mol m}^{-3} = 0,400 \text{ mol dm}^{-3}$$

$$\alpha_{A,\text{mícháný}} = \frac{4000 - 400}{4000} = 0,9$$

(ii) *s pístovým tokem*

$$\frac{V}{F_V} (= \tau) = \frac{1}{k_c} \cdot \left( \frac{1}{c_A} - \frac{1}{c_{A0}} \right)$$

$$\frac{1}{c_A} = \frac{1}{c_{A0}} + \frac{V \cdot k_c}{F_V} = \frac{1}{4000} + \frac{0,1 \cdot 0,05}{0,25} = 0,02025$$

$$c_A = 49,383 \text{ mol m}^{-3} = 0,494 \text{ mol dm}^{-3}$$

$$\alpha_{A,\text{pístový}} = \frac{4000 - 49,383}{4000} = 0,9877$$

V reaktoru s pístovým tokem je dosaženo největší přeměny – z tohoto hlediska je nejvýhodnější.