1. věta termodynamická: $\Delta U = Q + W$, $\mathrm{d}U = đQ + đW$
Objemová práce: $W_{\rm obj} = -\int_{V_1}^{V_2} p_{\rm vn}\mathrm{d}V$
Entalpie: $H = U + pV$
Změny (pro $W_{\rm jiná} = 0$): $\Delta U = Q$ $[V]$, $\Delta H = Q$ $[p]$
Tepelné kapacity: $C_V = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V$, $C_p = \left(\frac{\partial H}{\partial T}\right)_p$
Pro ideální plyn platí:

$$\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T = \left(\frac{\partial H}{\partial p}\right)_T = 0$$

Mayerův vztah: $C_{p\rm m} = C_{V\rm m} + R$
Vratný adiabatický děj: $pV^\kappa = \text{konst}$ (Poissonova rovnice), $\kappa = \frac{C_{p\rm m}}{C_{V\rm m}} = \text{konst}$

1. První věta

Do autoklávu o objemu 1 dm^3 bylo dodáno teplo $Q = 5000$ J. Přitom se zvýšila teplota z 300 K na 400 K a tlak z 200 kPa na 250 kPa. Určete W, ΔU, ΔH.

$W = 0$, $Q = \Delta U = 5000$ J, $\Delta H = 5050$ J

`V=1` = **1** dm^3
`Q=5000` = **5000** J
`DP=50` = **50** kPa
`DU=Q` = **5000** J
`DH=Q+DP*V` = **5050** J

---

2. Izobarický děj

Dva litry vzduchu o teplotě 300 K a tlaku 200 kPa byly izobaricky zahřáty na teplotu 400 K.

a) Jakou objemovou práci plyn vykonal?
b) Jaké teplo bylo nutno dodat? Izobarická tepelná kapacita vzduchu je 29 J K^{-1} mol^{-1}.
c) Jaká je změna vnitřní energie při ději?
d) Jaká je změna entalpie při ději?

a) $W_{\rm obj} = -133$ J, b) $Q = 465$ J, c) $\Delta U = 332$ J, d) $\Delta H = 465$ J

`R=8.314` = **8.314** J K^{-1} mol^{-1}

`V1=2` = **2** dm^3
`T1=300` = **300** K
`T2=400` = **400** K
`p=200` = **200** kPa

a)

`V2=V1*T2/T1` = **2.667** dm^3
`Wobj=-(V2-V1)*p` = **-133.3** J

b)

`n=p*V1/R/T1` = **0.1604** mol
`n=p*V2/R/T2` = **0.1604** mol (kontrola)
`Cpm=29` = **29** J K^{-1} mol^{-1}
`Q=Cpm*n*(T2-T1)` = **465.1** J

c)

`DU=Q+Wobj` = **331.7** J

d)

`DH=DU+p*(V2-V1)` = **465.1** J (z definice)
`DH=Q` = **465.1** J (protože je to izobarický děj)

3. První věta, práce integrací

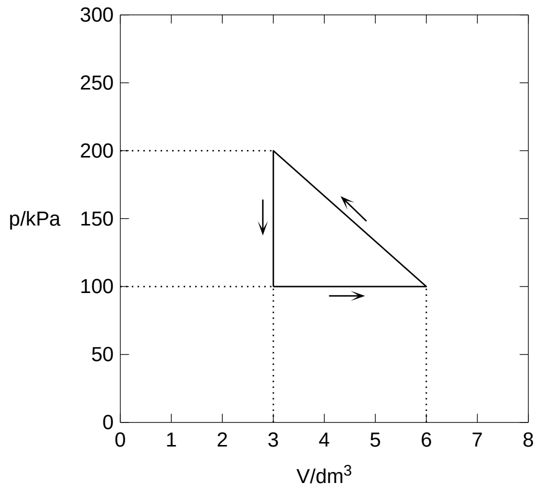
Jeden mol ideálního plynu expanduje izotermicky (T=300 K) z počátečního tlaku 1 MPa na tlak p = 200 kPa. Určete práci, teplo, změnu vnitřní energie a entalpie za předpokladu, že expanze je provedena vratně.

$Q = -W = 4014\,\mathrm{J}$, $\Delta U = \Delta H = 0$

`n=1` = **1** mol
`T=300` = **300** K
`p1=1e6` = **1e+06** Pa
`p2=200e3` = **2e+05** Pa
`W=-n*R*T*ln(p1/p2)` = **-4014** J

4. Práce graficky

Plyn vykonal cyklický děj podle p–V diagramu vpravo. Vypočtěte práci.



150 J

`W1=-(6-3)*100` = **-300** J
`W2=-(3-6)*(100+200)/2` = **450** J
`W3=0` = **0** J
`W=W1+W2+W3` = **150** J

nebo plocha (pozor na znaménko):
`W=3*100/2` = **150** J

5. Poměr tepelných kapacit (adiabatický index, Poissonova konstanta)

Specifická (měrná) tepelná kapacita vzduchu je s „technickou přesností“ rovna $C_{p,\mathrm{spec}} = 1\,\mathrm{kJ\,K^{-1}\,kg^{-1}}$. Vypočtěte poměr tepelných kapacit $\kappa = C_p/C_V$. $\bar{M} = 29\,\mathrm{g\,mol^{-1}}$.

$\kappa = 1.40$

`Cpsp=1` = **1** $\mathrm{J\,K^{-1}\,g^{-1}}$
`M=29` = **29** $\mathrm{g\,mol^{-1}}$
`Cp=Cpsp*M` = **29** $\mathrm{J\,mol^{-1}}$
`kappa=Cp/(Cp-R)` = **1.402**

6. Vratný adiabatický děj

Pepa Cyklista nafukuje duši svého bicyklu pomocí hustilky za pěkného letního dne (teplota 300 K, atmosférický tlak 100 kPa). Po adiabatickém vratném stlačení má vzduch tlak 300 kPa (přetlak 200 kPa).

a) Jakou teplotu má vzduch po stlačení?
b) Jaká objemová práce byla vykonána? Objem hustilky je 0.1 dm^3.
c) Jakou práci vynaložil na stlačení Pepa Cyklista?
d) Jak by se změnily výsledky, kdyby děj probíhal izotermicky a koncový objem by byl stejný jako v adiabatickém případě?
e) +Jak by se změnily výsledky, kdyby děj probíhal izotermicky a koncový tlak byl stejný jako v adiabatickém případě?

a) $T_2 = 411$ K, b) $W^{\rm obj} = 9.22$ J, c) $W^{\rm mech} = 3.78$ J,
d) $W^{\rm obj} = 7.85$ J, $W^{\rm mech} = 2.41$ J, e) $W^{\rm obj} = 10.99$ J, $W^{\rm mech} = 4.32$ J.

`kappa=1.4` = **1.4**
`p1=100` = **100** kPa
`p2=300` = **300** kPa
`T1=300` = **300** K

a)
`T2=T1*(p2/p1)**(1-1/kappa)` = **410.6** K

b)
`V1=0.1` = **0.1** dm^3
`V2=V1*(p1/p2)**(1/kappa)` = **0.04562** dm^3

1. zákon: DU = n CVm (T2-T1) = Wobj
`CVm=R/(kappa-1)` = **20.79** J K^{-1} mol^{-1}
`n=p1*V1/R/T1` = **0.004009** mol
`n=p2*V2/R/T2` = **0.004009** mol](kontrola
`Wobj=n*CVm*(T2-T1)` = **9.218** J

c)
Tuto práci za Pepu vykonala atmosféra:
`Watm=-(V2-V1)*p1` = **5.438** J
Pepa vykonal pouze:
`Wpepa=Wobj-Watm` = **3.781** J

d) (stejný koncový objem)
`Wobj=-n*R*T1*ln(V2/V1)` = **7.847** J
`Wpepa=Wobj-Watm` = **2.41** J

Adiabatická práce je větší izotermická, protože pro stejné V je větší teplota, a proto i tlak

e) (stejný koncový tlak)
`V2=n*R*T1/p2` = **0.03333** dm^3
`Wobj=-n*R*T1*ln(V2/V1)` = **10.99** J
`Watm=-(V2-V1)*p1` = **6.667** J
`Wpepa=Wobj-Watm` = **4.319** J

7. *Vratný adiabatický děj a práce

Jeden mol argonu, o kterém budeme předpokládat, že se chová jako ideální plyn, byl adiabaticky vratně stlačen z tlaku 100 kPa na tlak p_2. Počáteční teplota byla T_1=300 K. Kompresní práce činila $W = 1250$ J mol^{-1}. Vypočtěte teplotu T_2 a tlak p_2. Adiabatický index (Poissonova konstanta) argonu je $\kappa = 5/3$.

$T_2 = 400{,}2$ K, $p_2 = 205{,}6$ kPa

`n=1 = ` **1** mol
`p1=100 = ` **100** kPa
`T1=300 = ` **300** K
`W=1250 = ` **1250** J
`kappa=5/3 = ` **1.667**
`CV=R/(kappa-1) = ` **12.47** $\mathrm{J\,K^{-1}\,mol^{-1}}$

1. zákon: W=n*Cv*(T2-T1)

`T2=W/n/CV+T1 = ` **400.2** K
`p2=p1*(T2/T1)**(kappa/(kappa-1)) = ` **205.6** kPa

---

8. +Vratný adiabatický děj – opakování

Jeden mol ideálního plynu byl stlačen adiabaticky vratně na třetinu objemu. Tlak vzrostl z 90 kPa na 419 kPa. Vypočtěte molární tepelnou kapacitu při konstantním tlaku (předpokládejte, že je konstantní). Je-li počáteční teplota 300 K, vypočtěte konečnou teplotu a práci, potřebnou ke stlačení.

$C_{p,\mathrm{m}} = 29{,}1\,\mathrm{J\,K^{-1}\,mol^{-1}}$, $T_2 = 465{,}5\,\mathrm{K}$, $W = 3{,}44\,\mathrm{kJ}$

`p1=90 = ` **90** kPa
`p2=419 = ` **419** kPa

rovnice: $p_1 V_1^\kappa = p_2 * V_2^\kappa$, $V_2/V_1 = 1/3$

`kappa=ln(p2/p1)/ln(3) = ` **1.4**
`Cp=R*kappa/(kappa-1) = ` **29.1** $\mathrm{J\,K^{-1}\,mol^{-1}}$
`T1=300 = ` **300** K

ze stavové rovnice:

`T2=T1*p2/p1/3 = ` **465.6** K

Nebo z rovnic pro adiabatický děj v T,p:

`T2=T1*(p2/p1)**(1-1/kappa) = ` **465.6** K

Nebo z rovnic pro adiabatický děj v T,V:

`T2=T1*(1/3)**(1-kappa) = ` **465.6** K
`n=1 = ` **1** mol
`W=n*(Cp-R)*(T2-T1) = ` **3441** J

---

9. +První věta

Dva moly ideálního plynu o objemu 16 $\mathrm{dm^3}$ a tlaku 600 kPa expandovaly (nikoliv nutně vratně) a přitom odevzdaly 3 kJ tepla. Konečná teplota po expanzi byla 350 K. Určete objemovou práci. Molární tepelná kapacita plynu byla $C^\circ_{p,\mathrm{m}} = 45\,\mathrm{J\,K^{-1}\,mol^{-1}}$.

$W = -13{,}7\,\mathrm{kJ}$

`V1=16 = ` **16** $\mathrm{dm^3}$
`p1=600 = ` **600** kPa
`n=2 = ` **2** mol
`Q=-3000 = ` **-3000** J
`T2=350 = ` **350** K
`Cpm=45 = ` **45** $\mathrm{J\,K^{-1}\,mol^{-1}}$
`T1=p1*V1/R/n = ` **577.3** K
`DU=n*(Cpm-R)*(T2-T1) = ` **-1.668e+04** J
`W=DU-Q = ` **-1.368e+04** J