

# Funkce dvou proměnných I

$$z = z(x, y) \quad \text{nebo} \quad f(x, y, z) = 0 \quad \text{nebo} \quad x = x(y, z) \dots$$

Zápis tečné roviny (diferenciální forma):

$$z(x + dx, y + dy) = z(x, y) + \left( \frac{\partial z}{\partial x} \right)_y dx + \left( \frac{\partial z}{\partial y} \right)_x dy$$

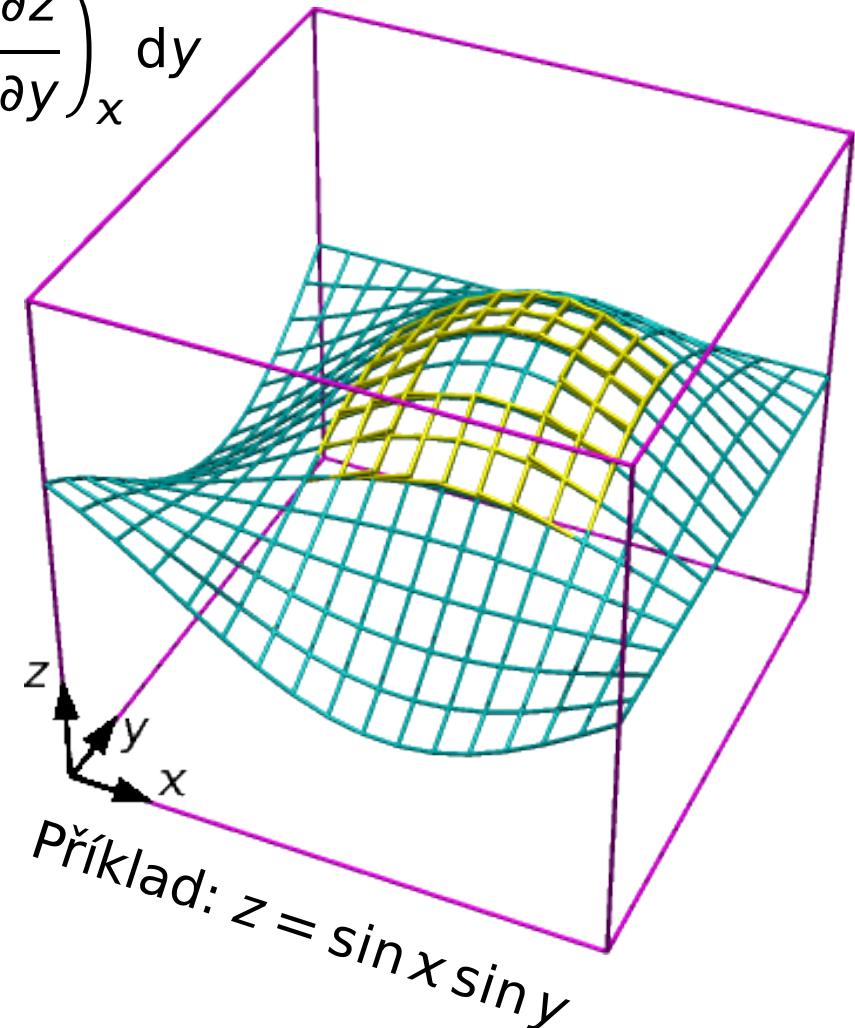
neboli

$$dz = \left( \frac{\partial z}{\partial x} \right)_y dx + \left( \frac{\partial z}{\partial y} \right)_x dy$$

$$\begin{aligned} \Delta z &= z_2 - z_1 = z(x_2, y_2) - z(x_1, y_1) \\ &= \int_{(x_1, y_1)}^{(x_2, y_2)} dz \quad (\text{nezávisí na cestě}) \Rightarrow \oint dz = 0 \end{aligned}$$

jinými matematickými slovy:

$$\vec{\nabla} z = \left( \frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y} \right) = \text{gradient potenciálu } z$$



## Funkce dvou proměnných II

$$dz = \left( \frac{\partial z}{\partial x} \right)_y dx + \left( \frac{\partial z}{\partial y} \right)_x dy$$

Pro „normální“ funkce\* platí (Schwartzova věta):

$$\left( \frac{\partial}{\partial x} \right)_y \left( \frac{\partial z}{\partial y} \right)_x \equiv \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x} \equiv \left( \frac{\partial}{\partial y} \right)_x \left( \frac{\partial z}{\partial x} \right)_y$$

! Jarník:

$$\left( \frac{\partial}{\partial x} \right)_y \left( \frac{\partial z}{\partial y} \right)_x \equiv \frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x}$$

**Opačný postup:**

$$dz = M(x, y) dx + N(x, y) dy$$

$$M = \left( \frac{\partial z}{\partial x} \right)_y, N = \left( \frac{\partial z}{\partial y} \right)_x$$

$z(x, y)$  existuje (tj.  $dz$  je úplným diferenciálem) právě když

$$\left( \frac{\partial M}{\partial y} \right)_x = \left( \frac{\partial N}{\partial x} \right)_y$$

\*musí mít spojité druhé derivace, protipříklad:  $z = xy(x^2 - y^2)/(x^2 + y^2)$

# Funkce dvou proměnných III

Pokud

$$\left(\frac{\partial M}{\partial y}\right)_x \neq \left(\frac{\partial N}{\partial x}\right)_y$$

pak píšeme

$$dz = M(x, y) dx + N(x, y) dy$$

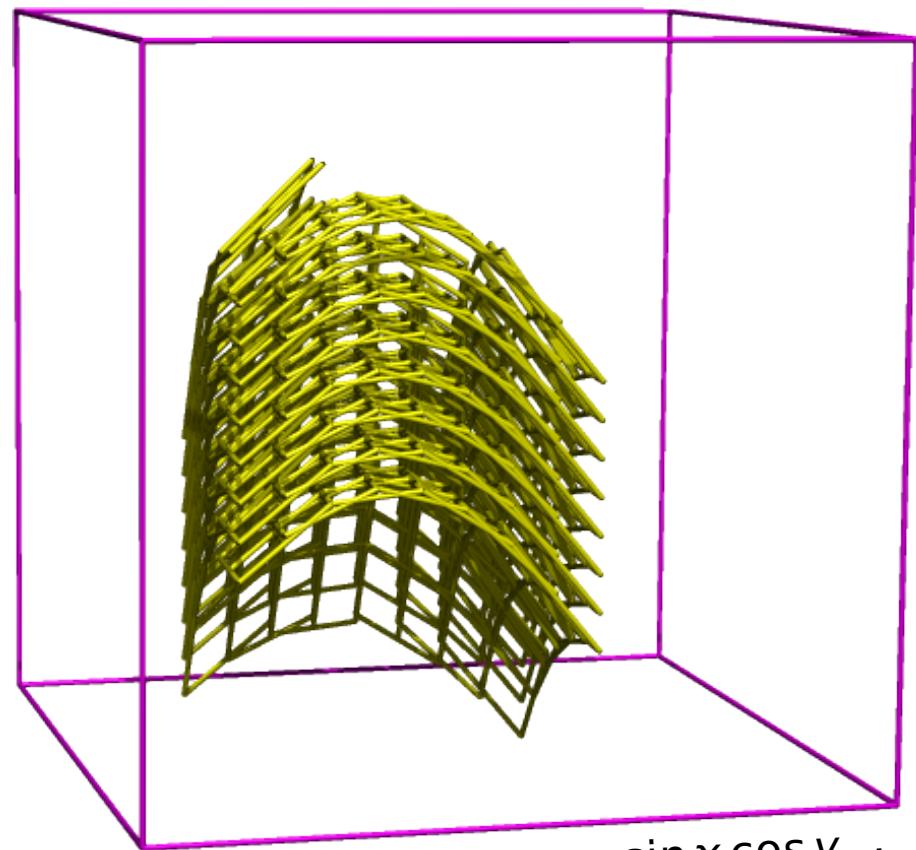
a

$$\int_{(x_1, y_1)}^{(x_2, y_2)} dz$$

závisí na cestě, neboť

$$\oint dz \neq 0$$

$$\int_{x_1}^{x_2} M(x, y_1) dx + \int_{y_1}^{y_2} N(x_2, y) dy \neq \int_{y_1}^{y_2} M(x_1, y) dy + \int_{x_1}^{x_2} N(x, y_2) dx$$



Příklad:  $dz = \frac{\cos x \sin y}{y} dx + \frac{\sin x \cos y}{y} dy$

Jestliže

$$\oint dz(x, y) \neq 0$$

pak (za určitých podmínek) existuje funkce **integrační faktor**  $t(x, y)$  takový, že

$$\oint t(x, y) dz(x, y) = 0$$

V termodynamice  $x = \text{empirická teplota}$ ,  $y = V$  nebo  $p$

**Příklad.** Vratný izotermický děj pro ideální plyn,  $Q \neq Q(T, V)$ ,  $t = 1/T$ :

$$dQ = -dW = 0 dT + \frac{nRT}{V} dV$$

$$\left( \frac{\partial Q}{\partial V} \right)_T \neq \left( \frac{\partial \frac{nRT}{V}}{\partial T} \right)_V$$

$$t dQ = 0 dT + \frac{nRT}{V} \frac{1}{T} dV$$

$$\left( \frac{\partial Q}{\partial V} \right)_T = \left( \frac{\partial \frac{nRT}{V} \frac{1}{T}}{\partial T} \right)_V$$

0. zákon



$$\text{id. plyn: } pV = nRT$$



1. zákon



$$pV^k = \text{konst (id., ad.)}$$



$$\text{id. plyn: } U = U(T)$$

Opakování je matka moudrosti.  
Zapomínání je otec moudrosti.

Carnotův cyklus



$$\oint \frac{dQ}{T} = 0$$

2. zákon



$$\Delta_r G, K, \dots$$



$$\lim_{T \rightarrow 0} S = 0$$



$$\exists S, dS = \frac{dQ}{T}$$



3. zákon



## Druhý zákon termodynamiky – matematická formulace

$$\frac{Q_A}{T_A} + \frac{Q_B}{T_B} = 0 \quad \Rightarrow \quad \oint \frac{dQ}{T} = 0 \quad (\text{vratné cyklické děje})$$

$$\frac{Q_A}{T_A} + \frac{Q_B}{T_B} < 0 \quad \Rightarrow \quad \oint \frac{dQ}{T} < 0 \quad (\text{nevratné cyklické děje})$$

⇒  $1/T$  je integrační faktor a platí:

$$dS = \frac{dQ}{T} \quad (\text{vratný děj}) \quad dS > \frac{dQ}{T} \quad (\text{nevratný děj})$$

kde  $S$  je nový potenciál (termodynamická funkce) zvaná **entropie**

**Adiabatický děj:**  $dS = 0$  (vratný),  $dS > 0$  (nevratný)

## Statistická interpretace entropie

- Entropie je mírou neuspořádanosti (počtu možností, jak realizovat stav)
- Nevratné děje v izolovaném systému:  $dS > 0$  (entropie roste), což **definuje směr toku času**, protože mikroskopické přírodní zákony jsou invariantní vzhledem inverzi času (přesněji vč. záměny částice/antičástice a zrcadlení, CPT teorém)



## Ještě druhý zákon

Uvažujme **vratné** adiabatické děje ( $dQ = 0$ )

Ve vhodných proměnných (třeba  $T, V, p$ )  
se systém pohybuje po (nad)ploše

Přidání tepla vede ke změně nadplochy  $\uparrow$ , ubrání  $\downarrow$

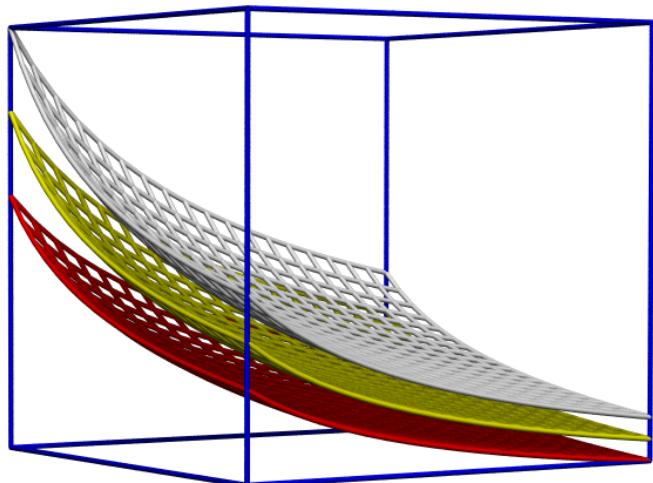
Disipace energie (**nevratný** proces práce  $\rightarrow$  teplo)  
vede ke změně nadplochy  $\uparrow$ , nikdy  $\downarrow$

Plochy jsou plochami konstantní entropie

Entropie vzrůstá  $\uparrow$  ve směru přidání tepla či disipace

Carathéodory: V každém okolí stavu systému existují  
stavy adiabaticky nedosažitelné.

**Matematický důsledek.** Pro jakoukoliv empirickou teplotu  $t$  a jakoukoliv látku  
popsanou termickou ( $p = p(V, t)$ ) a kalorickou ( $U = U(V, t)$ ) stavovou rovnicí  
existuje funkce  $\beta(t)$  taková, že  $\beta dQ$  je úplný diferenciál; pak  $T = 1/\beta$  a  $dS = \beta dQ$   
jsou až na multiplikativní konstantu stejné.



## Vnitřní energie

$$U(S, V)$$

$$dU = T dS - p dV$$

## Entalpie

$$H(S, p) = U + pV = U - \left( \frac{\partial U}{\partial V} \right) V \Rightarrow dH = T dS + V dp$$

## Helmholtzova (volná) energie, volná energie [fyz.]

$$F(T, V) = U - TS = U - \left( \frac{\partial U}{\partial S} \right) T S \Rightarrow dF = -SdT - pdV$$

často se značí  $A$

## Gibbsova (volná) energie, volná energie [chem.], volná entalpie [fyz.]

$$G(T, p) = H - TS = H - \left( \frac{\partial H}{\partial S} \right) T S \Rightarrow dG = -SdT + Vdp$$

Nebo také:  $G = F + pV = F - \left( \frac{\partial F}{\partial V} \right) P V$

(Gibbsovy) (fundamentální) rovnice

koná se jen objemová práce  
přirozené proměnné jsou červeně

přirozené proměnné jsou červeně

Vnitřní energie je „přirozeně“ funkce objemu:  $U = U(V)$ ,  $dU = dQ - pdV$

Entalpie je „přirozeně“ funkce tlaku:  $H = H(p)$ ,  $dH = dQ + Vdp$

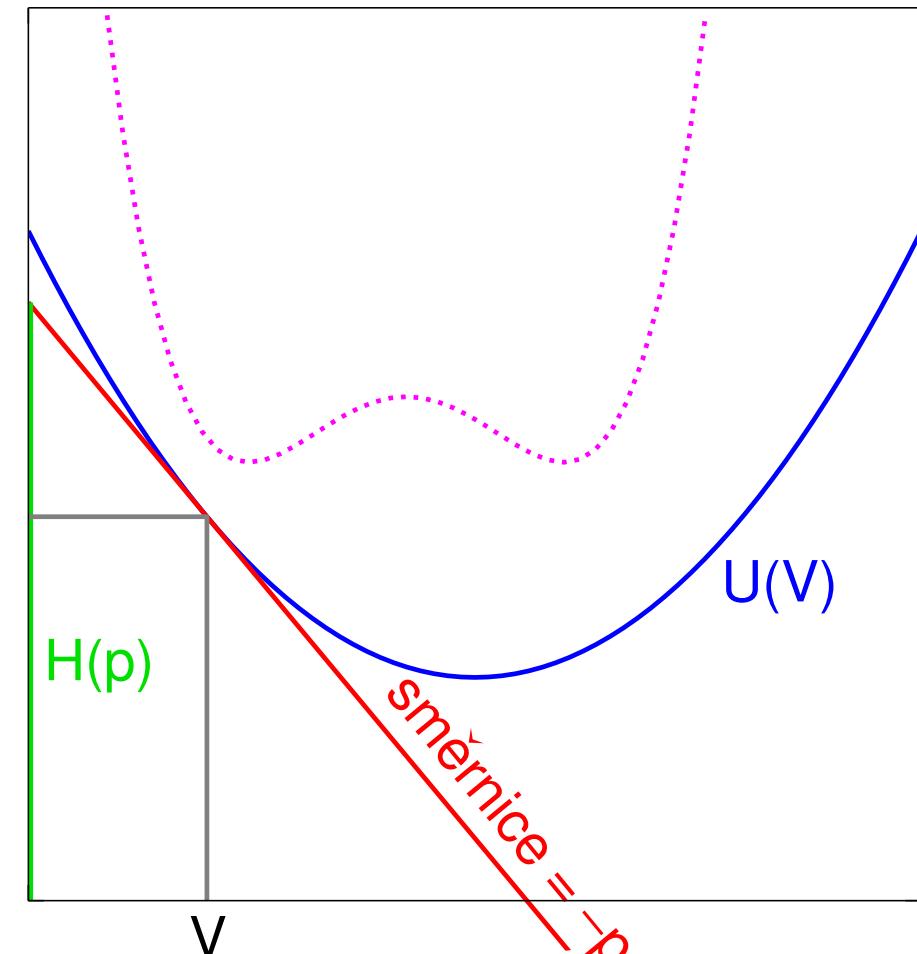
Podstatou přechodu  $U \rightarrow H$  je **změna nezávisle proměnné**  $V \rightarrow p$

- funkce  $U$  musí být konvexní (nebo konkávní), jinak  $H(p)$  nebude funkce (bude mít několik hodnot pro stejné  $p$ )
- pak lze obdobně přejít zpět z  $H(p) \rightarrow U(V)$

$$p = -\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right) \quad H = U + pV = U - \left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)V$$

$$V = \left(\frac{\partial H}{\partial p}\right) \quad U = H - pV = H - \left(\frac{\partial H}{\partial p}\right)p$$

- nazývá se to Legendreova transformace



**Výpočet G**

Příklad – jeden fázový přechod.

$$G = H - TS$$

$$H(T_2, p) = H(T_1, p) + \int_{T_1}^{T_{\text{fp}}} C_p dT + \Delta_{\text{fp}} H + \int_{T_{\text{fp}}}^{T_2} C_p dT$$

$$S(T_2, p) = S(T_1, p) + \int_{T_1}^{T_{\text{fp}}} \frac{C_p}{T} dT + \frac{\Delta_{\text{fp}} H}{T_{\text{fp}}} + \int_{T_{\text{fp}}}^{T_2} \frac{C_p}{T} dT$$

nízké  $T$  :  $S(T_1, p) = \int_0^{\approx 15 \text{ K}} \frac{\text{const } T^3}{T} dT + \dots$

$$G(T, p_1) = G(T, p_2) + \int_{p_1}^{p_2} V dp$$

$$H(T, p_2) = H(T, p_1) + \int_{p_1}^{p_2} \left[ V - T \left( \frac{\partial V}{\partial T} \right)_p \right] dp$$

$$S(T, p_1) = S(T, p_2) - \int_{p_1}^{p_2} \left( \frac{\partial V}{\partial T} \right)_p dp$$

## Helmholtzova energie

$$F = U - TS$$

$$dU = TdS + dW$$

$$dF = -SdT + dW \Rightarrow dF = dW \quad [T]$$

Vratné děje: Změna Helmholtzovy energie za konstantní teploty je rovna práci

„Za konstantní teploty“ = „ve styku s termostatem tak, že teplo se převádí vratně“

## Gibbsova energie

$$G = H - TS$$

$$dW = -p dV + dW_{jiná než objemová}$$

$$\begin{aligned} dG &= -SdT + Vdp + dW_{jiná než objemová} \\ &= dW_{jiná než objemová} \quad [T, p] \end{aligned}$$

Vratné děje: Změna Gibsovy energie za konst.  $T, p$  je rovna práci jiné než objemové

„Za konstantního tlaku“ = „ve styku s barostatem tak, že objemová práce se provádí vratně“

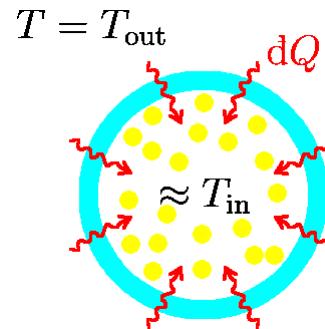
# Nevratné děje a extenzivní podmínky rovnováhy

**ohřívání:**

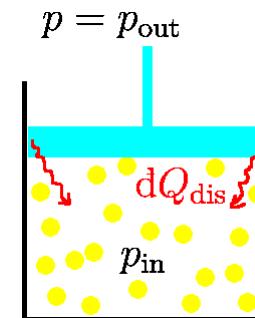
$$\mathrm{d}Q > 0$$

$$T > T_{\text{in}}$$

$$\Rightarrow \mathrm{d}S \approx \frac{\mathrm{d}Q}{T_{\text{in}}} > \frac{\mathrm{d}Q}{T}$$



**disipace energie na teplo tření:**



uvažujeme jen objemovou práci

**ochlazování:**

$$\mathrm{d}Q < 0, T < T_{\text{in}} \Rightarrow \mathrm{d}S \approx \frac{\mathrm{d}Q}{T_{\text{in}}} > \frac{\mathrm{d}Q}{T}$$

$$\mathrm{d}S > \frac{\mathrm{d}Q}{T}$$

$$\mathrm{d}U = \mathrm{d}Q + \mathrm{d}W < T \mathrm{d}S - p \mathrm{d}V \quad (\text{nevr.})$$

$$\mathrm{d}U < 0 \quad ([S, V], \text{nevr.})$$

$$\mathrm{d}W = p_{\text{in}}(-\mathrm{d}V) + \mathrm{d}Q_{\text{dis}}$$

vždy  $\mathrm{d}Q_{\text{dis}} > 0$  (ztráta)

$$\mathrm{d}S \approx \frac{\mathrm{d}Q_{\text{dis}}}{T} > 0$$

$$\mathrm{d}G < -S \mathrm{d}T + V \mathrm{d}p \quad (\text{nevr.})$$

$$\mathrm{d}G < 0 \quad ([T, p], \text{nevr.})$$

Gibbsova energie uzavřeného systému při nerovnovážných dějích za konstantní teploty a konstantního tlaku klesá; v rovnováze nabývá minima.

# Energie vs. entropie

Interpretace členů  $F = U - TS$  nebo  $G = H - TS$ :

- **nízká teplota** ⇒ vliv **energie** (entalpie) je větší než entropie
- **vysoká teplota** ⇒ vliv **entropie** je větší energie (entalpie)

## Příklad:

- Za nízké teploty látka krystalizuje – nízká (záporná) energie, nízká entropie
- Kapalina má vyšší energii i entropii
- V bodě tání [ $T, p$ ]:

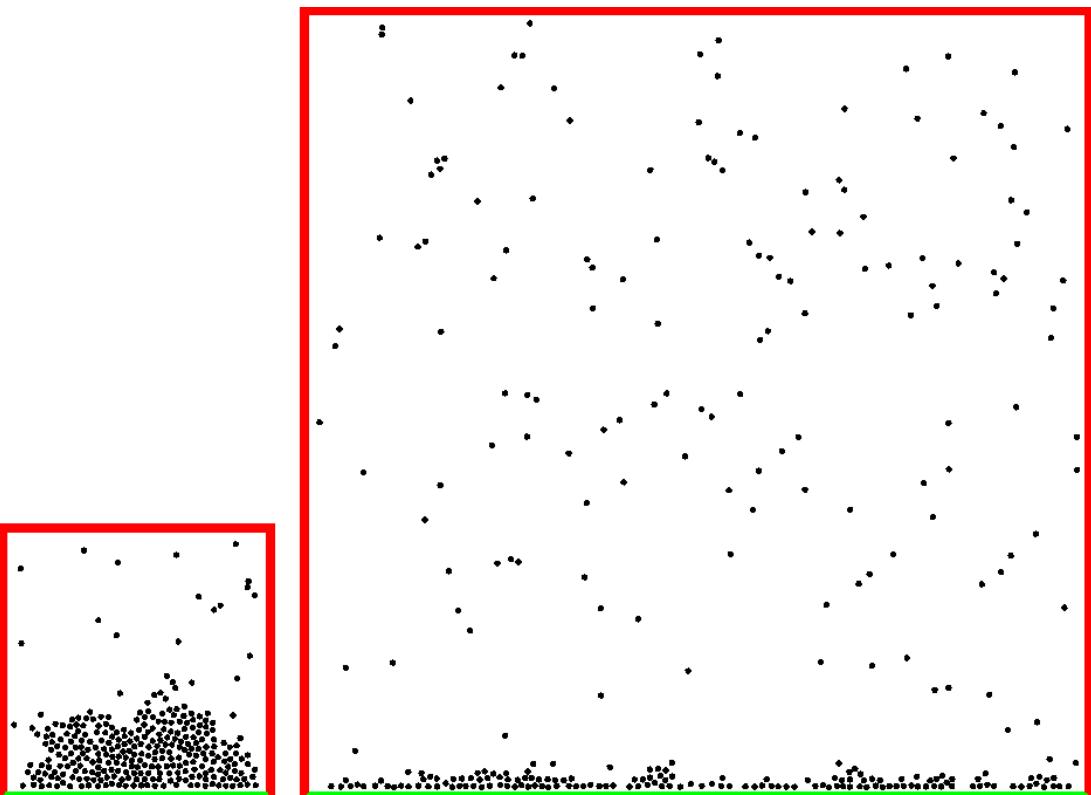
$$\Delta_{\text{tání}}S = S^{(\text{l})} - S^{(\text{s})} \stackrel{\text{vrat.}}{=} \frac{Q_{\text{tání}}}{T} = \frac{\Delta_{\text{tání}}H}{T}$$

neboli

$$\Delta_{\text{tání}}G = \Delta_{\text{tání}}H - T_{\text{tání}}\Delta_{\text{tání}}S = 0$$

tj. zvýšení entropie je přesně kompenzováno zvýšením entalpie

Entropie je mírou neuspořádanosti systému: v izolovaném systému  $S = k_B \ln W$ , kde  $W$  je počet mikrostavů, ve kterých se systém může nacházet.



# Chemický potenciál

id. plyn/směs: složky se neovlivňují

$$G = H - TS$$

→

$$\Delta_{\text{sm}}S_m = -R \sum_i x_i \ln x_i, \Delta_{\text{sm}}H_m = 0$$



$$\mu_i^{\text{id}} = \left( \frac{\partial G}{\partial n_i} \right)_{T, p, n_j \neq i} = \mu_i^\bullet + RT \ln x_i$$



**Chemický potenciál**  $\mu_i$  složky  $i$  (vzhledem ke standardnímu stavu) = **vratná práce** potřebná k přenesení 1 mol látky (ze standardního stavu) do daného stavu = „schopnost vykonat tuto práci“ (vzhledem k návratu ke standardnímu stavu)

**Příklad.** Kolik energie je minimálně potřeba k získání 1 m<sup>3</sup> sladké vody z mořské vody (3.5 hm.% NaCl, 300 K)?

$$\chi_{\text{H}_2\text{O}} = 0.9781 (\text{NaCl} \rightarrow 2 \text{ ionty}), 3.1 \text{ MJ} = 0.85 \text{ kWh}$$

# Aktivita a chemický potenciál

Obecná definice:

$$\mu_i = \mu_i^\ominus + RT \ln a_i$$

- pro látku  $i$  ve standardním stavu platí  $a_i = 1$

## Přehled standardních stavů:

$$a_i^\circ = \frac{p_i}{p^{\text{st}}} \varphi_i \quad p_i \rightarrow 0$$

$$a_i^\circ = \frac{x_i p}{p^{\text{st}}} \varphi_i \quad x_i \rightarrow 0$$

$$a_i^\bullet = x_i \gamma_i^\bullet \quad x_i \rightarrow 1$$

$$a_i^{[x]} = x_i \gamma_i^{[x]} \quad x_i \rightarrow 0$$

$$a_i^{[c]} = \frac{c_i}{c^{\text{st}}} \gamma_i^{[c]} \quad c_i \rightarrow 0$$

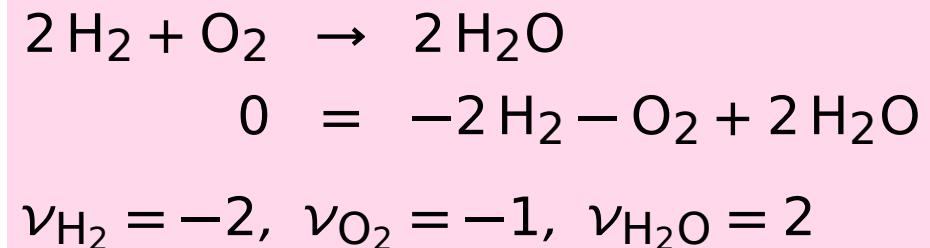
$$a_i^{[\underline{m}]} = \frac{\underline{m}_i}{\underline{m}^{\text{st}}} \gamma_i^{[\underline{m}]} \quad \underline{m}_i \rightarrow 0$$

V dané limitě  $\gamma_i^\ominus = 1$  (resp.  $\varphi_i = 1$ )

# Jedna reakce a látková bilance

Obecný zápis reakce:

$$0 = \sum_{i=1}^k \nu_i R_i$$



reaktany:  $\nu_i < 0$ , produkty:  $\nu_i > 0$

## Bilance v látkovém množství:

na začátku

$$n_i = n_{i,0} + \nu_i \xi$$

pak  $\xi = \text{rozsah reakce}$  a rozměr  $[\xi] = \text{mol}$

(*extent of reaction*, extenze reakce, nepřesně reakční obrat)

Obdobně bilance v koncentracích (pokud  $V = \text{const}$ ), pak rozměr rozsahu reakce je  $\text{mol dm}^{-3}$

Necht' interval  $[\xi_{\min}, \xi_{\max}]$  je největší interval takový, že  $n_i \geq 0$ ,  $i = 1, \dots, k$  ( $k$  = počet složek)

**Předpoklad:**  $\xi_{\min} = 0$  čili  $n_i = 0$  pro nějaký produkt

Klíčová látka (složka)  $j$  je ten reaktant, který první vymizí při průběhu reakce zleva doprava, tj.  $n_j(\xi_{\max}) = 0$ . **Necht'  $j = 1$ .**

**Stupeň přeměny** (konverze/disociace; *degree of conversion/dissociation*):

$$\alpha = \frac{n_{1,0} - n_1}{n_{1,0}} = -\frac{\nu_1 \xi}{n_{1,0}} = \frac{\xi}{\xi_{\max}}$$

převádí interval  $\xi \in [\xi_{\min}, \xi_{\max}]$  na interval  $\alpha \in [0, 1]$

- stechiometrická směs = reaktanty v poměru  $\nu_i$   
při 100% průběhu reakce reaktanty vymizí zároveň

## Rovnováha za konstantní teploty a tlaku a Gibbsova energie

Pro  $[T, p]$  hledáme minimum funkce

$$G(n_1, \dots, n_k) = \sum_{i=1}^k n_i \mu_i, \quad dG = -SdT + Vdp + \sum_{i=1}^k \mu_i dn_i$$

$\overbrace{\phantom{dG}}^{=0}$

kde (jedna reakce)

$$n_1 = n_{1,0} + \nu_1 \xi, \dots, n_k = n_{k,0} + \nu_k \xi$$

na intervalu  $\xi \in [\xi_{\min}, \xi_{\max}]$

Z výrazu pro  $dG$ :

dále ukážeme, že v homogenní směsi nemůže minimum nastat na kraji intervalu

$$\left( \frac{\partial G}{\partial \xi} \right)_{p,T} = \sum_{i=1}^k \nu_i \mu_i \stackrel{!}{=} 0$$

Souvislost: spočteme přímo derivaci  $G$  (pozor,  $\mu_i$  závisí na složení):

$$\left( \frac{\partial G}{\partial \xi} \right)_{p,T} = \sum_{i=1}^k \left( \frac{\partial n_i}{\partial \xi} \right)_{p,T} \mu_i + \sum_{i=1}^k n_i \left( \frac{\partial \mu_i}{\partial \xi} \right)_{p,T}$$

$\overbrace{\phantom{\sum_{i=1}^k n_i \left( \frac{\partial \mu_i}{\partial \xi} \right)_{p,T}}}^{= 0 \text{ (Gibbs–Duhem)}}$

$$\sum_i n_i d\mu_i = 0$$

(Ve skutečnosti jsme takto Gibbsovu–Duhemovu rovnici odvodili)

# Reakční Gibbsova energie

Pro jednu reakci

$$0 = \sum_{i=1}^k \nu_i R_i$$

se **reakční Gibbsova energie**  $\Delta_r G_m$  definuje takto:

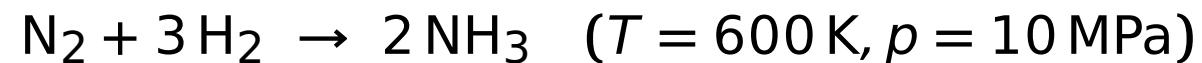
$$\Delta_r G_m = \left( \frac{\partial G}{\partial \xi} \right)_{p,T} = \sum_{i=1}^k \nu_i \mu_i$$

Znaménko  $\Delta_r G_m$  pro dané  $T, p$  a složení reakční směsi určuje **směr reakce**:

$\Delta_r G_m$	směr reakce	název reakce
$< 0$	→	exergonická
$= 0$	rovnováha	isoergonická
$> 0$	←	endergonická

Reakční Gibbsova energie je příkladem **exergie** (exergy, availability, available energy) = maximální práce, kterou může systém vykonat (přechodem do rovnováhy).  
 (Zde používáme znaménkovou konvenci záporná exergie = systém může konat práci.)

## Příklad $G(\xi)$



$$n_{\text{N}_2,0} = 1 \text{ mol}, \quad n_{\text{H}_2,0} = 3 \text{ mol}, \quad n_{\text{NH}_3,0} = 0 \text{ mol}$$

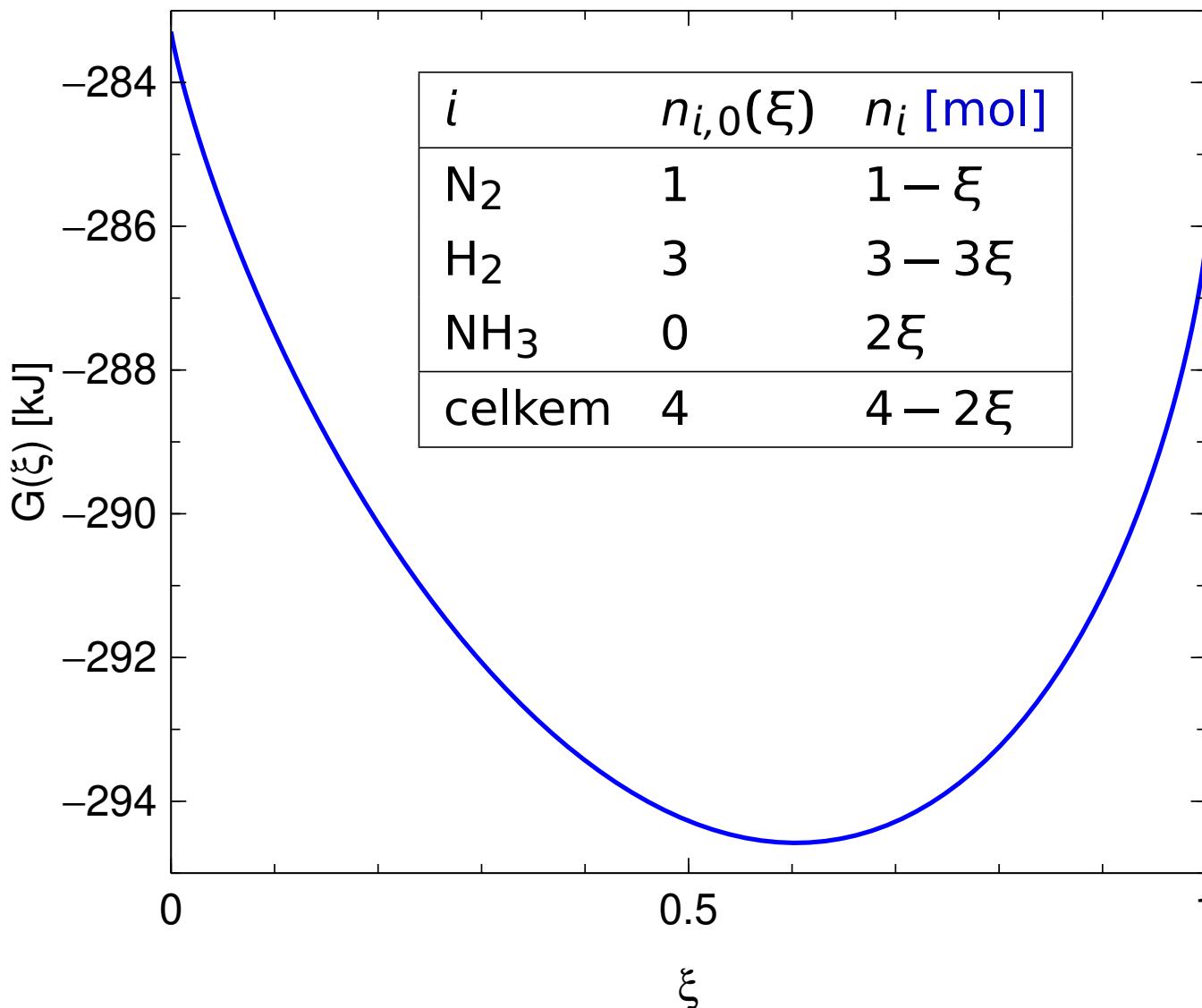
$$\begin{aligned} G(\xi) &= n_{\text{NH}_3}\mu_{\text{NH}_3} + n_{\text{H}_2}\mu_{\text{H}_2} + n_{\text{N}_2}\mu_{\text{N}_2} \\ &= 2\xi\mu_{\text{NH}_3} + (3 - 3\xi)\mu_{\text{H}_2} + (1 - \xi)\mu_{\text{N}_2} \end{aligned}$$

aproximace: plyny jsou ideální ( $\varphi_i = 1$ )

$$\mu_{\text{H}_2} = \mu_{\text{H}_2}^\circ + RT \ln \left( \frac{p}{p^{\text{st}}} \cdot \frac{3 - 3\xi}{4 - 2\xi} \right)$$

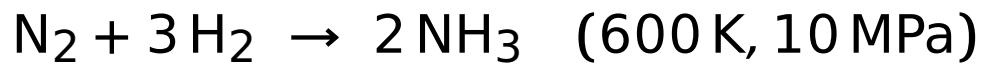
$$\mu_{\text{N}_2} = \mu_{\text{N}_2}^\circ + RT \ln \left( \frac{p}{p^{\text{st}}} \cdot \frac{1 - \xi}{4 - 2\xi} \right)$$

$$\mu_{\text{NH}_3} = \mu_{\text{NH}_3}^\circ + RT \ln \left( \frac{p}{p^{\text{st}}} \cdot \frac{2\xi}{4 - 2\xi} \right)$$



- Člen tvaru  $\xi \ln \xi$  resp.  $(1 - \xi) \ln(1 - \xi)$  způsobí, že minimum (pro rovnováhu v homogenní směsi) je vždy uvnitř intervalu  $[\xi_{\min}, \xi_{\max}]$ , ne v krajním bodu.

# Příklad $\Delta_r G_m(\xi)$



$$n_{\text{N}_2,0} = 1 \text{ mol}, \quad n_{\text{H}_2,0} = 3 \text{ mol}, \quad n_{\text{NH}_3,0} = 0 \text{ mol}$$

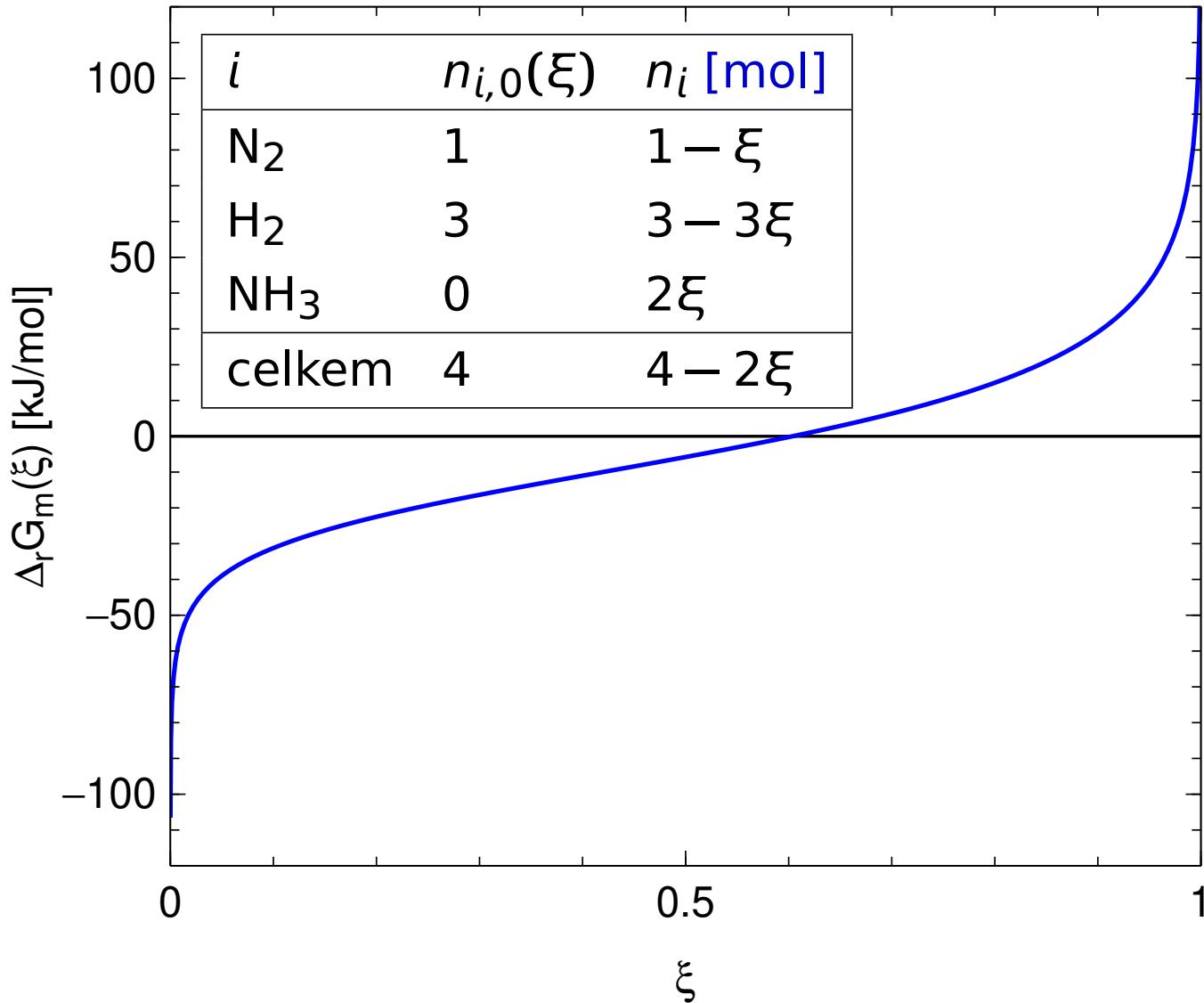
$$\begin{aligned}\Delta_r G_m(\xi) &= \nu_{\text{NH}_3} \mu_{\text{NH}_3} + \nu_{\text{H}_2} \mu_{\text{H}_2} + \nu_{\text{N}_2} \mu_{\text{N}_2} \\ &= 2\mu_{\text{NH}_3} - 3\mu_{\text{H}_2} - \mu_{\text{N}_2}\end{aligned}$$

aproximace: plyny jsou ideální ( $\varphi_i = 1$ )

$$\mu_{\text{H}_2} = \mu_{\text{H}_2}^\circ + RT \ln \left( \frac{p}{p^{\text{st}}} \cdot \frac{3-3\xi}{4-2\xi} \right)$$

$$\mu_{\text{N}_2} = \mu_{\text{N}_2}^\circ + RT \ln \left( \frac{p}{p^{\text{st}}} \cdot \frac{1-\xi}{4-2\xi} \right)$$

$$\mu_{\text{NH}_3} = \mu_{\text{NH}_3}^\circ + RT \ln \left( \frac{p}{p^{\text{st}}} \cdot \frac{2\xi}{4-2\xi} \right)$$



# Rovnovážná konstanta a podmínka rovnováhy

$$\mu_i = \mu_i^\ominus + RT \ln a_i$$

$$\sum_{i=1}^k \nu_i \mu_i = \sum_{i=1}^k \nu_i \mu_i^\ominus + \sum_{i=1}^k \nu_i RT \ln a_i$$

$$\Delta_r G_m = \Delta_r G_m^\ominus + RT \ln \prod_{i=1}^k a_i^{\nu_i} \text{ v rovnováze} = 0$$

kde  $\Delta_r G_m^\ominus$  = **standardní reakční Gibbsova energie**

Rovnice pro rovnováhu ( $\Delta_r G_m^\ominus$  = **standardní reakční Gibbsova energie**)

$$\exp\left(-\frac{\Delta_r G_m^\ominus}{RT}\right) = \prod_{i=1}^k a_i^{\nu_i}$$

**Definice** rovnovážné konstanty:  $K = \exp\left(-\frac{\Delta_r G_m^\ominus}{RT}\right)$

To se podezřele podobá Boltzmannově pravděpodobnosti

⇒ **rovnovážná podmínka:**  $K = \prod_{i=1}^k a_i^{\nu_i}$   $\left( \frac{\text{produkty}}{\text{reaktanty}} \right)$

větší  $K$ : více produktů (→)  
menší  $K$ : více reaktantů (←)

## Rovnovážná konstanta

Takto definovaná „standardní“ nebo „termodynamická“ rovnovážná konstanta je **bezrozměrná**.

Pozor, existují i jiné definice/zvyklosti.

### Rovnovážná konstanta závisí na

- zvolených standardních stavech
- zápisu reakce (stechiometrických koeficienzech)
- teplotě
- pro kondenzované fáze i na tlaku, pro běžné tlaky je vliv malý (zde nebudeme uvažovat)

### Výpočet rovnovážné konstanty

- z experimentálních rovnovážných dat
- z termochemických dat
- pomocí statistické termodynamiky (ze spektroskopických dat a/nebo kvantových výpočtů)

### K čemu je dobrá

- k výpočtu rovnovážného složení
- ke stanovení směru reakce
- součást mixu veličin k vytvoření úplného termodynamického popisu

$$\Delta_r G_m = \Delta_r G_m^\ominus + RT \ln \prod_{i=1}^k a_i^{\nu_i}$$

$\Delta_r G_m$	směr reakce	název reakce
$< 0$	→	exergonická
$= 0$	rovnováha	isoergonická
$> 0$	←	endergonická

**Příklad.** Rovnovážná konstanta reakce



je při  $T = 928\text{ K}$  rovna 0.435. Určete, zda bude probíhat oxidace či redukce cínu, jestliže nad oběma samostatnými kondenzovanými fázemi je plynná směs  $\text{H}_2\text{O} + \text{H}_2$  obsahující 65 mol. % vodní páry.

$$\frac{a_{\text{SnO(s)}} a_{\text{H}_2\text{(g)}}}{a_{\text{Sn(l)}} a_{\text{H}_2\text{O(g)}}} = \frac{1 \cdot y_{\text{H}_2\text{(g)}} p / p^{\text{st}}}{1 \cdot y_{\text{H}_2\text{O(g)}} p / p^{\text{st}}} = \frac{y_{\text{H}_2\text{(g)}}}{y_{\text{H}_2\text{O(g)}}} = \frac{0.35}{0.65}$$

$$\frac{\Delta_r G_m}{RT} = -\ln K + \ln \frac{0.35}{0.65} = 0.213 > 0 \quad \xleftarrow{\hspace{1cm}} = \text{redukce}$$

# Závislost $K$ na teplotě

$$\left( \frac{\partial(G/T)}{\partial T} \right)_p = -\frac{H}{T^2} \Rightarrow \frac{d(\Delta_r G_m^\ominus / T)}{dT} = -\frac{\Delta_r H_m^\ominus}{T^2}$$

⇒ (van 't Hoff)

$$\frac{d \ln K}{dT} = \frac{\Delta_r H_m^\ominus}{RT^2}$$

$\Delta_r H_m^\ominus$	pro vyšší $T$ se $K$	rovnováha se posune
záporné	zmenší	←
kladné	zvětší	→

## Le Chatelierův(-Braunův) princip:

Soustava ve (stabilní termodynamické) rovnováze se snaží kompenzovat účinky vychýlení z rovnováhy.

(Stav se změní tak, že kdyby se změnil stejným způsobem bez předchozího vychýlení, způsobil by odchylku od rovnováhy opačného směru.)

