MMFCH – domácí úkol 2

1. Určete signaturu kvadratické formy

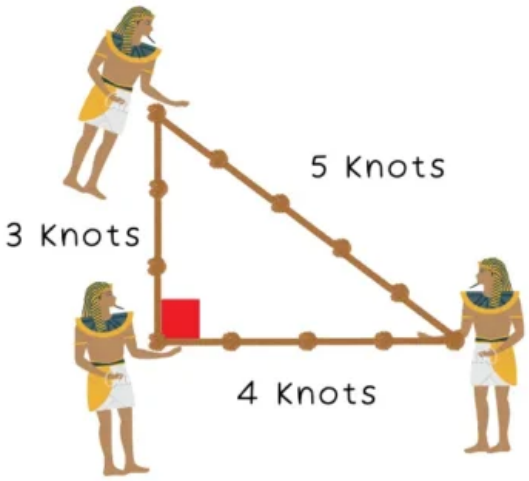
$$f(x,y,z) = 2(x-y)^2 + (y-z)^2 - 2xz$$

2. Funkce

$$f(x,y) = -x^3y + xy^3 + x^3 + x^2y - xy^2 - y^3 + x^2 - 5xy - y^2 + 5x + 5y$$

má stacionární bod v $(x,y) = (2,3)$.
a) Ověřte toto tvrzení.
b) Stanovte druh stacionárního bodu (minimum, maximum nebo sedlový bod).

3. Matice A typu 2×2 má vlastní čísla rovna $\lambda_1 = 1, \lambda_2 = 2$. Určete vlastní čísla matice

$$\begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 3 & -4 \end{pmatrix} \cdot A \cdot \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 3 & -4 \end{pmatrix}$$

Rada: Je-li U ortogonální matice, pak matice $U^T \cdot A \cdot U$ má stejná vlastní čísla jako A.