Řešení nelineárních rovnic, řešení soustav nelineárních rovnic. Newtonova metoda.

Řešení soustav lineárních rovnic najdete v oddíle Lineární algebra.

Příkaz pro řešení rovnic $f(x) = 0$ v Maple má tvar:

```
solve(f(x)=0,x);
```

Příkaz pro řešení soustavy rovnic $\vec{f}(\vec{x}) = 0$ má tvar:

```
solve({f1=0,...,fn=0},{x1,...,xn});
```

- **Příklad 1:** Nalezněte kořeny kvadratické rovnice $x^2 + 4x - 2 = 0$

```
solve(x^2+4*x-2=0,x);
```

Maple nám vrátí výsledek

$$-2+\sqrt{6}, -2-\sqrt{6}$$

- **Příklad 2:** Nalezněte kořeny soustavy rovnic $x + 2 * y = 3\,,\ y + 1/x = 1$

```
solve(x+2*y=3, y+1/x=1, x,y);
```

Maple nám vrátí výsledek

$$\{y = 2, x = -1\}, \{y = \tfrac{1}{2}, x = 2\}$$

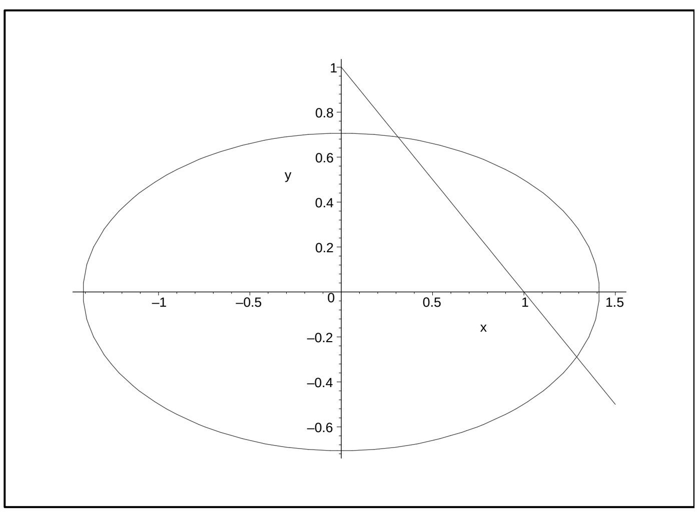
Ne vždy ale dostaneme uspokojivý výsledek.

- **Příklad 3:** Nalezněte kořeny soustavy rovnic $x^2 + 4y^2 - 2 = 0\,,\ x + y - 1 = 0$

```
solve({x^2+4*y^2-2=0,x + y - 1=0},{x,y});
```

Maple nám soustavu nevypočte.
Jestliže si nakreslíme grafy jednotlivých implicitních funkcí (řezy funkcí s rovinou $z = 0$), uvidíme, že soustava má dvě řešení. Pokusíme se je najít. Nejdříve nakreslíme graf.

```
plots[implicitplot](x^2+4*y^2-2,x+y=1,x=-1.5..1.5,y=-1..1);
```



Dosadíme do první rovnice vztah $x = 1 - y$ a rovnici vyřešíme vzhledem k y.

```
r1:=x^2+4*y^2-2=0;
r1:=subs(x=1-y,r1);
y:=solve(r1,y);
```

Dostaneme dvě hodnoty pro y.

$$y := \frac{1}{5} + \frac{\sqrt{6}}{5}, \frac{1}{5} - \frac{\sqrt{6}}{5}$$

Nyní dopočteme příslušná x.

```
x[1]:=1-y[1];
```

$$x_1 := \frac{4}{5} - \frac{\sqrt{6}}{5}$$

```
x[2]:=1-y[2];
```

$$x_2 := \frac{4}{5} + \frac{\sqrt{6}}{5}$$

Příkaz pro numerické řešení rovnice $f(x) = 0$ má tvar:

```
fsolve(f(x)=0,x);
```

V případě polynomiálních rovnic dostaneme všechny reálné kořeny.

- **Příklad 4:** Nalezněte kořeny rovnice $4 * x^4 - 3 * x^3 + 2 * x^2 - x - 3 = 0$

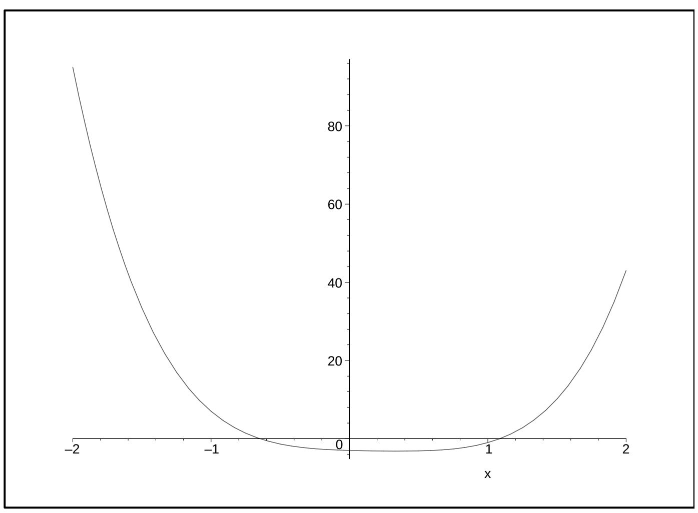
```
fsolve(4*x^4-3*x^3+2*x^2-x-3=0,x);
```

Dostaneme dvě reálná řešení.

$$-.6471990982, 1.086436869$$

Pomocí grafu se přesvědčíme, že jiná řešení rovnice nemá

```
plot(4*x^4-3*x^3+2*x^2-x-3,x=-2..2);
```



V případě nepolynomiálních rovnic dostaneme maximálně jedno řešení. Chceme-li znát víc řešení, musíme znát příslušné separační intervaly. Intervaly získáte vyšetřením průběhu funkce nebo z grafu. Ukážeme si to na následujícím příkladě.

- **Příklad 5:** Nalezněte kořeny rovnice $(x - 3) * \cos(x) + x^2 = 0$

```
f:=x->(x-3)*cos(x)+x^2;
```

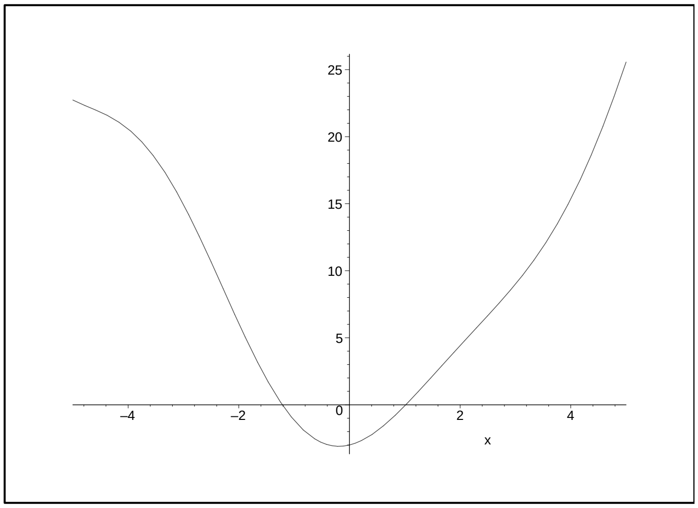
```
fsolve(f(x)=0,x);
```

Dostaneme pouze jedno řešení

$$1.019026936$$

Nakreslíme si graf.

```
plot(f(x),x=-5..5);
```



Určíme separační intervaly $I_1 = \langle -2, -1 \rangle$, $I_2 = \langle 1, 2 \rangle$. Nyní hledáme kořen na intervalu I_1.

```
fsolve(f(x)=0,x=-2..-1);
```

Dostaneme výsledek:

$$-1.213675623$$

Nakonec najdeme řešení na intervalu I_2.

```
fsolve(f(x)=0,x=1..2);
```

Dostaneme druhý kořen:

$$1.019026936$$