Základní vlastnosti funkcí jedné a dvou reálných proměnných

- Elementární funkce
- Operace s funkcemi

Elementární funkce

- Příklad 1.1.1 Je-li funkce $f(x) = \sin(x)$, načrtněte graf funkcí

$$f_1(x) = f(2x) \qquad f_2(x) = f(x/2) \qquad f_3(x) = 2f(x)$$
$$f_4(x) = f(x-2) \qquad f_5(x) = |f(x)| \qquad f_6(x) = f(|x|)$$

Zpět

Příklad 1.1.1

Je-li funkce $f(x) = \sin(x)$, načrtněte graf funkcí

$$f_1(x) = f(2x) \qquad f_2(x) = f(x/2) \qquad f_3(x) = 2f(x)$$
$$f_4(x) = f(x-2) \qquad f_5(x) = |f(x)| \qquad f_6(x) = f(|x|)$$

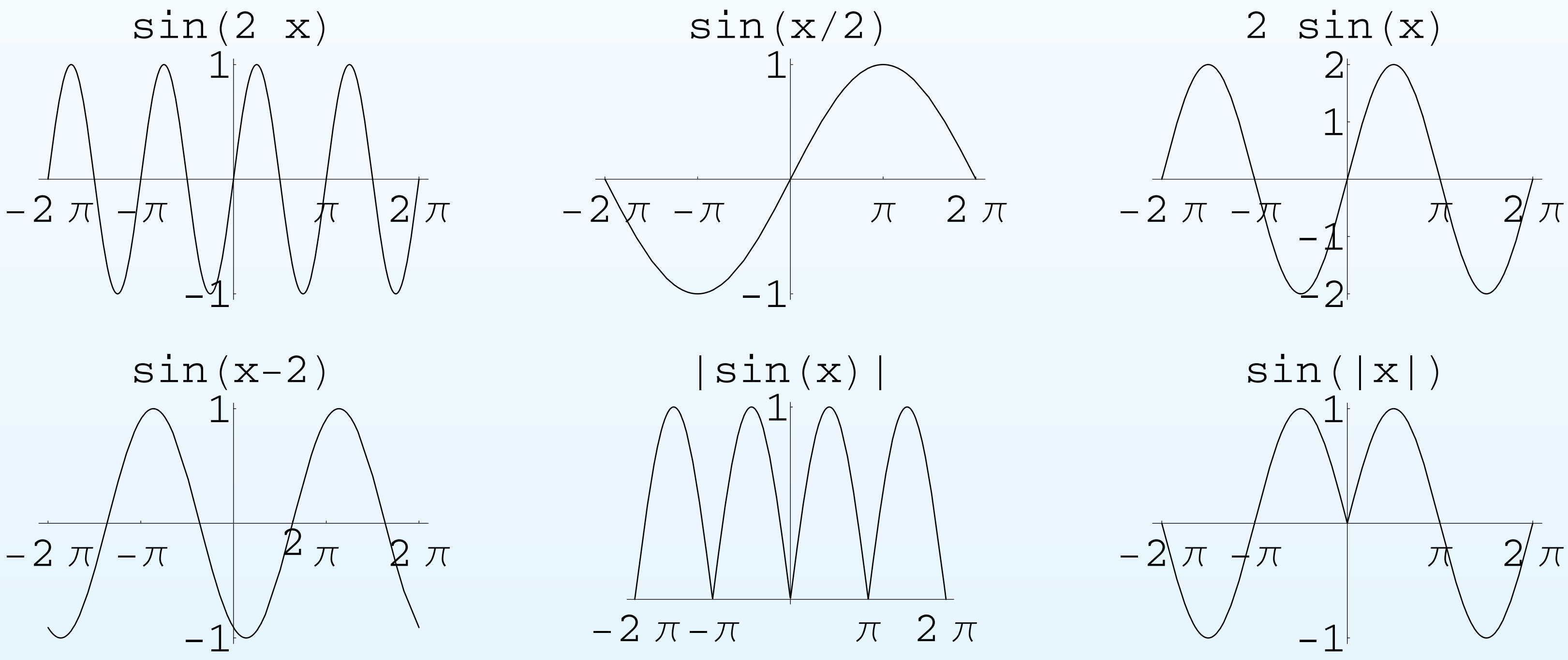
? Zpět

Příklad 1.1.1

Je-li funkce $f(x) = \sin(x)$, načrtněte graf funkcí

$$f_1(x) = f(2x) \qquad f_2(x) = f(x/2) \qquad f_3(x) = 2f(x)$$
$$f_4(x) = f(x-2) \qquad f_5(x) = |f(x)| \qquad f_6(x) = f(|x|)$$

Výsledek:



Zpět

Příklad 1.1.1

Je-li funkce $f(x) = \sin(x)$, načrtněte graf funkcí

$$f_1(x) = f(2x) \qquad f_2(x) = f(x/2) \qquad f_3(x) = 2f(x)$$
$$f_4(x) = f(x-2) \qquad f_5(x) = |f(x)| \qquad f_6(x) = f(|x|)$$

Návod:

Perioda funkce $f_1(x)$ je π.
Perioda funkce $f_2(x)$ je 4π.
$H(f)$ funkce $f_3(x)$ je $\langle -2, 2\rangle$.
Graf funkce $f_4(x)$ je posunutý o 2 doprava.
Graf funkce $f_5(x)$ vznikne převrácením zaporné části grafu funkce $f(x)$ do kladné části podle osy x.
Graf funkce $f_6(x)$ vznikne převrácením části grafu funkce $f(x)$ pro $x > 0$ podle osy y.

Zpět

Příklad 1.1.1

Je-li funkce $f(x) = \sin(x)$, načrtněte graf funkcí

$$f_1(x) = f(2x) \qquad f_2(x) = f(x/2) \qquad f_3(x) = 2f(x)$$
$$f_4(x) = f(x-2) \qquad f_5(x) = |f(x)| \qquad f_6(x) = f(|x|)$$

Řešení:

Viz návod a výsledek.

Zpět

Příklad 1.1.1

Je-li funkce $f(x) = \sin(x)$, načrtněte graf funkcí

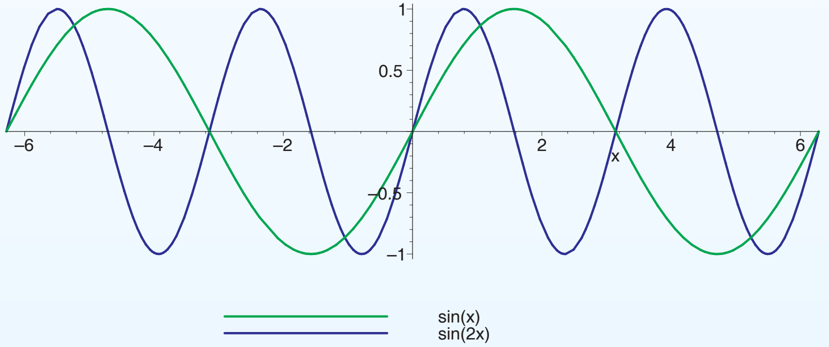
$$f_1(x) = f(2x) \qquad f_2(x) = f(x/2) \qquad f_3(x) = 2f(x)$$
$$f_4(x) = f(x-2) \qquad f_5(x) = |f(x)| \qquad f_6(x) = f(|x|)$$

Maple:

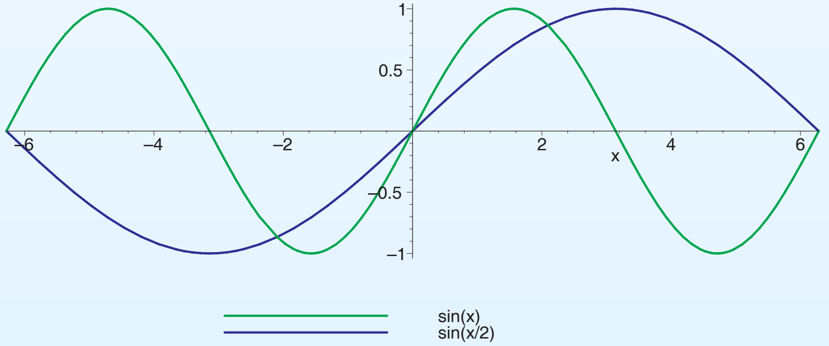
```
> f:=x->sin(x);
```

$$f := x \to \sin(x)$$

```
> plot([f(x),f(2*x)],x=-2*Pi..2*Pi,legend=["sin(x)","sin(2 x)"]);
```




```
> plot([f(x),f(x/2)],x=-2*Pi..2*Pi,legend=["sin(x)","sin(x/2)"]);
```



Další

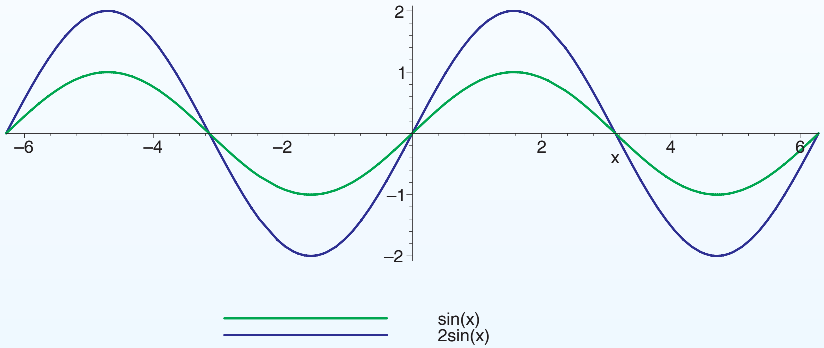
Příklad 1.1.1

Je-li funkce $f(x) = \sin(x)$, načrtněte graf funkcí

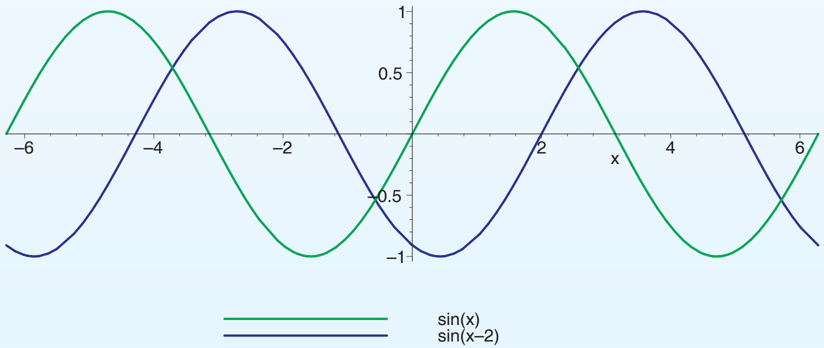
$$f_1(x) = f(2x) \qquad f_2(x) = f(x/2) \qquad f_3(x) = 2f(x)$$
$$f_4(x) = f(x-2) \qquad f_5(x) = |f(x)| \qquad f_6(x) = f(|x|)$$

Maple:

```
> plot([f(x),2*f(x)],x=-2*Pi..2*Pi,legend=["sin(x)","2sin(x)"]);
```




```
> plot([f(x),f(x-2)],x=-2*Pi..2*Pi,legend=["sin(x)","sin(x-2)"]);
```



Další

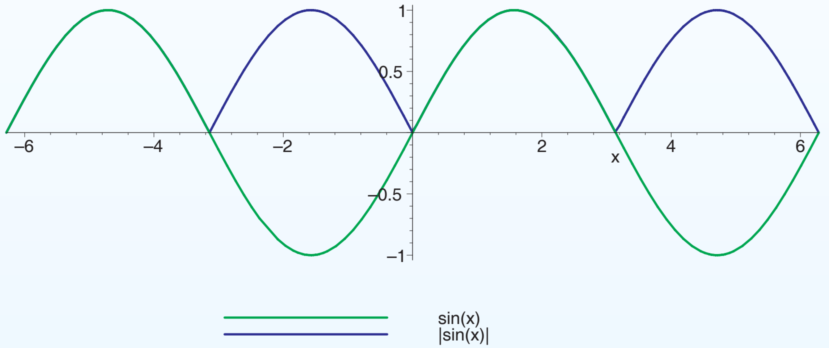
Příklad 1.1.1

Je-li funkce $f(x) = \sin(x)$, načrtněte graf funkcí

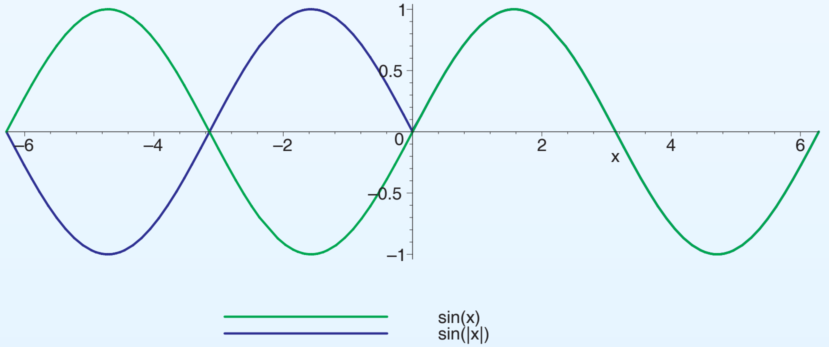
$$f_1(x) = f(2x) \qquad f_2(x) = f(x/2) \qquad f_3(x) = 2f(x)$$
$$f_4(x) = f(x-2) \qquad f_5(x) = |f(x)| \qquad f_6(x) = f(|x|)$$

Maple:

```
> plot([f(x),abs(f(x))],x=-2*Pi..2*Pi,legend=["sin(x)","|sin(x)|"]);
```




```
> plot([f(x),f(abs(x))],x=-2*Pi..2*Pi,legend=["sin(x)","sin(|x|)"]);
```



Zpět

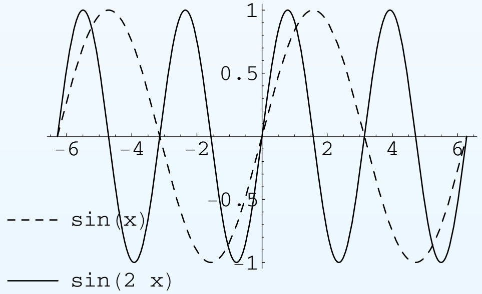
Příklad 1.1.1

Je-li funkce $f(x) = \sin(x)$, načrtněte graf funkcí

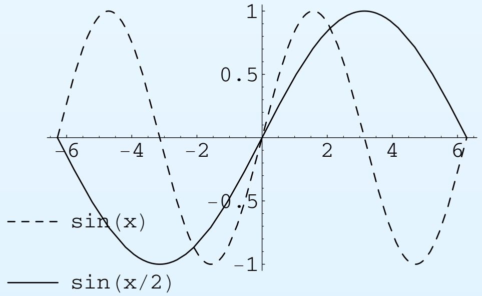
$$f_1(x) = f(2x) \qquad f_2(x) = f(x/2) \qquad f_3(x) = 2f(x)$$
$$f_4(x) = f(x-2) \qquad f_5(x) = |f(x)| \qquad f_6(x) = f(|x|)$$

Mathematica:

<< Graphics`Legend`
f[x_] = Sin[x]
Sin[x]
Plot[{f[x], f[2x]}, {x, −2Pi, 2Pi},PlotStyle → {{Dashing[{0.02, 0.02, 0.02}]}, {}},
PlotLegend → {"sin(x)", "sin(2 x)"}, LegendShadow → None]



Plot[{f[x], f[x/2]}, {x, −2Pi, 2Pi},PlotStyle → {{Dashing[{0.02, 0.02, 0.02}]}, {}},
PlotLegend → {"sin(x)", "sin(x/2)"}, LegendShadow → None]



Další

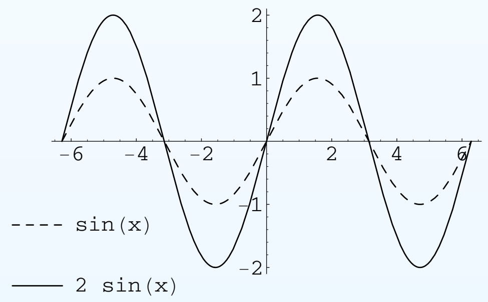
Příklad 1.1.1

Je-li funkce $f(x) = \sin(x)$, načrtněte graf funkcí

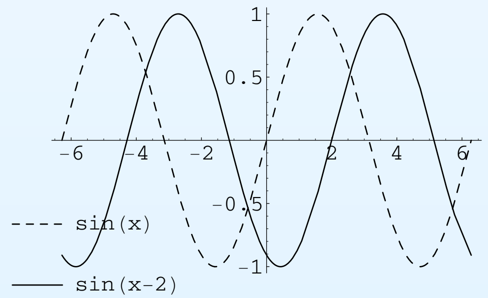
$$f_1(x) = f(2x) \qquad f_2(x) = f(x/2) \qquad f_3(x) = 2f(x)$$
$$f_4(x) = f(x-2) \qquad f_5(x) = |f(x)| \qquad f_6(x) = f(|x|)$$

Mathematica:

Plot[{f[x], 2 f[x]}, {x, −2Pi, 2Pi},PlotStyle → {{Dashing[{0.02, 0.02, 0.02}]}, {}}, PlotLegend → {"sin(x)", "2 sin(x)"}, LegendShadow → None]



Plot[{f[x], f[x − 2]}, {x, −2Pi, 2Pi},PlotStyle → {{Dashing[{0.02, 0.02, 0.02}]}, {}}, PlotLegend → {"sin(x)", "sin(x-2)"}, LegendShadow → None]



Další

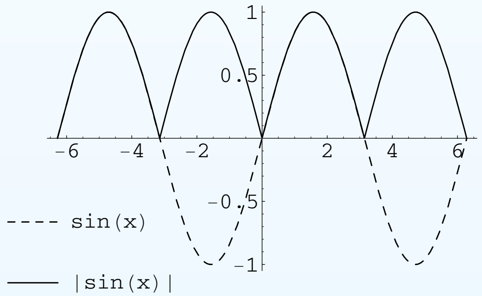
Příklad 1.1.1

Je-li funkce $f(x) = \sin(x)$, načrtněte graf funkcí

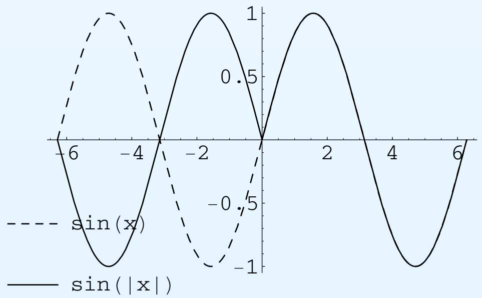
$$f_1(x) = f(2x) \qquad f_2(x) = f(x/2) \qquad f_3(x) = 2f(x)$$
$$f_4(x) = f(x-2) \qquad f_5(x) = |f(x)| \qquad f_6(x) = f(|x|)$$

Mathematica:

Plot[{f[x], Abs[f[x]]}, {x, −2Pi, 2Pi},PlotStyle → {{Dashing[{0.02, 0.02, 0.02}]}, {}}, PlotLegend → {"sin(x)", "|sin(x)|"}, LegendShadow → None]



Plot[{f[x], f[Abs[x]]}, {x, −2Pi, 2Pi},PlotStyle → {{Dashing[{0.02, 0.02, 0.02}]}, {}}, PlotLegend → {"sin(x)", "sin(|x|)"}, LegendShadow → None]



Zpět

Operace s funkcemi

- **Příklad 1.2.1** Pro funkce $f(x) = x^2$ a $g(x) = \mathrm{e}^x$ najděte funkce

$$\begin{array}{rclrclrcl} f_1 & = & f+g & f_3 & = & f*g & f_5 & = & f\circ g \\ f_2 & = & f-g & f_4 & = & f/g & f_6 & = & g\circ f \end{array}$$

  a spočtěte jejich hodnotu v bodě $x = 3$.

- **Příklad 1.2.2** Pro vektorové funkce dvou proměnných $f(x,y) = (x+y, x\,y)$ a $g(x,y) = (-y, x)$ najděte $f_1 = f\circ g$ a $f_2 = g\circ f$.

- **Příklad 1.2.3** Rozhodněte, která z funkcí

$$\begin{array}{rcl} f_1(x) & = & \mathrm{e}^x + \cos x + \mathrm{e}^{-x} \\ f_2(x) & = & \mathrm{e}^x + \cos x + \mathrm{e}^{2x} \\ f_3(x) & = & \mathrm{e}^x + x\cos x - \mathrm{e}^{-x} \\ f_4(x) & = & 0 \end{array}$$

  je sudá a která je lichá.

Zpět

Příklad 1.2.1

Pro funkce $f(x) = x^2$ a $g(x) = \mathrm{e}^x$ najděte funkce

$$\begin{array}{lllllllll} f_1 & = & f+g & f_3 & = & f*g & f_5 & = & f\circ g \\ f_2 & = & f-g & f_4 & = & f/g & f_6 & = & g\circ f \end{array}$$

a spočtěte jejich hodnotu v bodě $x = 3$.

? Zpět

Příklad 1.2.1

Pro funkce $f(x) = x^2$ a $g(x) = e^x$ najděte funkce

$$\begin{array}{lllllllll} f_1 & = & f+g & f_3 & = & f*g & f_5 & = & f\circ g \\ f_2 & = & f-g & f_4 & = & f/g & f_6 & = & g\circ f \end{array}$$

a spočtěte jejich hodnotu v bodě $x = 3$.

Výsledek:

$$\begin{aligned} f_1(x) &= x^2 + e^x \\ f_2(x) &= x^2 - e^x \\ f_3(x) &= x^2 * e^x \\ f_4(x) &= x^2/e^x \\ f_5(x) &= e^{2x} \\ f_6(x) &= e^{x^2} \\ f_1(3) &= 9 + e^3 \\ f_2(3) &= 9 - e^3 \\ f_3(3) &= 9 * e^3 \\ f_4(3) &= 9/e^3 \\ f_5(3) &= e^6 \\ f_6(3) &= e^9. \end{aligned}$$

Zpět

Příklad 1.2.1

Pro funkce $f(x) = x^2$ a $g(x) = \mathrm{e}^x$ najděte funkce

$$\begin{array}{ccccccccc} f_1 & = & f+g & f_3 & = & f*g & f_5 & = & f\circ g \\ f_2 & = & f-g & f_4 & = & f/g & f_6 & = & g\circ f \end{array}$$

a spočtěte jejich hodnotu v bodě $x = 3$.

Návod:

Nejdříve definujeme funkce f a g a potom pomocí nich definujeme funkce f_1 až f_6.

Zpět

Příklad 1.2.1

Pro funkce $f(x) = x^2$ a $g(x) = \mathrm{e}^x$ najděte funkce

$$\begin{array}{lllllllll} f_1 & = & f+g & f_3 & = & f*g & f_5 & = & f\circ g \\ f_2 & = & f-g & f_4 & = & f/g & f_6 & = & g\circ f \end{array}$$

a spočtěte jejich hodnotu v bodě $x = 3$.

Řešení:

$$\begin{array}{lll} f_1(x) & = & f(x)+g(x) = x^2+\mathrm{e}^x \\ f_2(x) & = & f(x)-g(x) = x^2-\mathrm{e}^x \\ f_3(x) & = & f(x)*g(x) = x^2*\mathrm{e}^x \\ f_4(x) & = & f(x)/g(x) = x^2/\mathrm{e}^x \\ f_5(x) & = & f(g(x)) = f(y) = y^2 = (g(x))^2 = (\mathrm{e}^x)^2 = \mathrm{e}^{2x} \\ f_6(x) & = & g(f(x)) = g(y) = \mathrm{e}^y = \mathrm{e}^{x^2} \\ f_1(3) & = & 9+\mathrm{e}^3 \\ f_2(3) & = & 9-\mathrm{e}^3 \\ f_3(3) & = & 9*\mathrm{e}^3 \\ f_4(3) & = & 9/\mathrm{e}^3 \\ f_5(3) & = & \mathrm{e}^6 \\ f_6(3) & = & \mathrm{e}^9. \end{array}$$

Zpět

Příklad 1.2.1

Pro funkce $f(x) = x^2$ a $g(x) = \mathrm{e}^x$ najděte funkce

$$\begin{array}{lll lll lll} f_1 & = & f+g & f_3 & = & f*g & f_5 & = & f\circ g \\ f_2 & = & f-g & f_4 & = & f/g & f_6 & = & g\circ f \end{array}$$

a spočtěte jejich hodnotu v bodě $x = 3$.

Maple:

```
> f := x -> x^2;
```

$$f := x \to x^2$$

```
> g := x -> exp(x);
```

$$g := x \to e^x$$

```
> f1 := x -> f(x)+g(x);
```

$$f1 := x \to \mathrm{f}(x) + \mathrm{g}(x)$$

```
> f2 := x -> f(x)-g(x);
```

$$f2 := x \to \mathrm{f}(x) - \mathrm{g}(x)$$

```
> f3 := x -> f(x)*g(x);
```

$$f3 := x \to \mathrm{f}(x)\,\mathrm{g}(x)$$

```
> f4 := x -> f(x)/g(x);
```

$$f4 := x \to \frac{\mathrm{f}(x)}{\mathrm{g}(x)}$$

Další

Příklad 1.2.1

Pro funkce $f(x) = x^2$ a $g(x) = \mathrm{e}^x$ najděte funkce

$$\begin{array}{lllllllll} f_1 & = & f+g & f_3 & = & f*g & f_5 & = & f\circ g \\ f_2 & = & f-g & f_4 & = & f/g & f_6 & = & g\circ f \end{array}$$

a spočtěte jejich hodnotu v bodě $x = 3$.

Maple:

```
> f5 := x -> f(g(x));
```

$$f5 := x \to \mathrm{f}(\mathrm{g}(x))$$

```
> f6 := x -> g(f(x));
```

$$f6 := x \to \mathrm{g}(\mathrm{f}(x))$$

```
> f1(x);
```

$$x^2 + e^x$$

```
> f2(x);
```

$$x^2 - e^x$$

```
> f3(x);
```

$$x^2\, e^x$$

```
> f4(x);
```

$$\frac{x^2}{e^x}$$

Další

Příklad 1.2.1

Pro funkce $f(x) = x^2$ a $g(x) = \mathrm{e}^x$ najděte funkce

$$\begin{array}{ccccccccc} f_1 & = & f+g & f_3 & = & f*g & f_5 & = & f\circ g \\ f_2 & = & f-g & f_4 & = & f/g & f_6 & = & g\circ f \end{array}$$

a spočtěte jejich hodnotu v bodě $x = 3$.

Maple:

```
> f5(x);
```

$$(e^x)^2$$

```
> f6(x);
```

$$e^{(x^2)}$$

```
> f1(3);
```

$$9+e^3$$

```
> f2(3);
```

$$9-e^3$$

```
> f3(3);
```

$$9\,e^3$$

```
> f4(3);
```

$$\frac{9}{e^3}$$

Další

Příklad 1.2.1

Pro funkce $f(x) = x^2$ a $g(x) = \mathrm{e}^x$ najděte funkce

$$\begin{array}{lllllllll} f_1 & = & f+g & f_3 & = & f*g & f_5 & = & f\circ g \\ f_2 & = & f-g & f_4 & = & f/g & f_6 & = & g\circ f \end{array}$$

a spočtěte jejich hodnotu v bodě $x = 3$.

Maple:

```
> f5(3);
```

$$(e^3)^2$$

```
> simplify(%);
```

$$e^6$$

```
> f6(3);
```

$$e^9$$

Zpět

Příklad 1.2.1

Pro funkce $f(x) = x^2$ a $g(x) = \mathrm{e}^x$ najděte funkce

$$\begin{array}{lllllllll} f_1 & = & f+g & f_3 & = & f*g & f_5 & = & f\circ g \\ f_2 & = & f-g & f_4 & = & f/g & f_6 & = & g\circ f \end{array}$$

a spočtěte jejich hodnotu v bodě $x = 3$.

Mathematica:

f[x_] = x^2

x^2

g[x_] = Exp[x]

e^x

f1[x_] = f[x] + g[x]

$e^x + x^2$

f2[x_] = f[x] − g[x]

$-e^x + x^2$

f3[x_] = f[x]g[x]

$e^x x^2$

f4[x_] = f[x]/g[x]

$e^{-x} x^2$

Další

Příklad 1.2.1

Pro funkce $f(x) = x^2$ a $g(x) = \mathrm{e}^x$ najděte funkce

$$\begin{array}{lllllllll} f_1 & = & f+g & f_3 & = & f*g & f_5 & = & f\circ g \\ f_2 & = & f-g & f_4 & = & f/g & f_6 & = & g\circ f \end{array}$$

a spočtěte jejich hodnotu v bodě $x = 3$.

Mathematica:

f5[x_] = f[g[x]]

e^{2x}

f6[x_] = g[f[x]]

e^{x^2}

f1[3]

$9 + e^3$

f2[3]

$9 - e^3$

f3[3]

$9e^3$

f4[3]

$\frac{9}{e^3}$

Další

Příklad 1.2.1

Pro funkce $f(x) = x^2$ a $g(x) = \mathrm{e}^x$ najděte funkce

$$\begin{array}{lllllllll} f_1 & = & f+g & f_3 & = & f*g & f_5 & = & f\circ g \\ f_2 & = & f-g & f_4 & = & f/g & f_6 & = & g\circ f \end{array}$$

a spočtěte jejich hodnotu v bodě $x = 3$.

Mathematica:

f5[3]

e^6

f6[3]

e^9

Zpět

Příklad 1.2.2

Pro vektorové funkce dvou proměnných $f(x,y) = (x+y, x\,y)$ a $g(x,y) = (-y, x)$ najděte $f_1 = f \circ g$ a $f_2 = g \circ f$.

? Zpět

Příklad 1.2.2

Pro vektorové funkce dvou proměnných $f(x,y) = (x+y, x\,y)$ a $g(x,y) = (-y, x)$ najděte $f_1 = f \circ g$ a $f_2 = g \circ f$.

Výsledek:

$f_1(x,y) = (x-y, -xy)\,, \quad f_2(x,y) = (-xy, x+y)\,.$ Zpět

Příklad 1.2.2

Pro vektorové funkce dvou proměnných $f(x, y) = (x + y, x\,y)$ a $g(x, y) = (-y, x)$ najděte $f_1 = f \circ g$ a $f_2 = g \circ f$.

Návod:

Nejdříve definujeme funkce f a g a potom pomocí nich definujeme funkce f_1 a f_2.

Zpět

Příklad 1.2.2

Pro vektorové funkce dvou proměnných $f(x, y) = (x + y, x\, y)$ a $g(x, y) = (-y, x)$ najděte $f_1 = f \circ g$ a $f_2 = g \circ f$.

Řešení:

Označme $u = -y$ a $v = x$, potom

$$f_1(x, y) = f(u, v) = (u + v, u\, v) = (-y + x, -y\, x)\,.$$

Označme $a = x + y$ a $b = x\, y$, potom

$$f_2(x, y) = g(a, b) = (-b, a) = (-x\, y, x + y)\,.$$

Zpět

Příklad 1.2.2

Pro vektorové funkce dvou proměnných $f(x,y) = (x+y, x\,y)$ a $g(x,y) = (-y, x)$ najděte $f_1 = f \circ g$ a $f_2 = g \circ f$.

Maple:

```
> f := (x,y) -> (x+y, x*y);
```

$$f := (x,\ y) \to (x+y,\ x\,y)$$

```
> g := (x,y) -> (-y, x);
```

$$g := (x,\ y) \to (-y,\ x)$$

```
> f1 := (x,y) -> f(g(x,y));
```

$$f1 := (x,\ y) \to \mathrm{f}(\mathrm{g}(x,\ y))$$

```
> f2 := (x,y) -> g(f(x,y));
```

$$f2 := (x,\ y) \to \mathrm{g}(\mathrm{f}(x,\ y))$$

```
> f1(x,y);
```

$$-y+x,\ -y\,x$$

```
> f2(x,y);
```

$$-y\,x,\ x+y$$

Zpět

Příklad 1.2.2

Pro vektorové funkce dvou proměnných $f(x, y) = (x + y, x\,y)$ a $g(x, y) = (-y, x)$ najděte $f_1 = f \circ g$ a $f_2 = g \circ f$.

Mathematica:

```
f[{x_, y_}]:={x + y, x * y}
g[{x_, y_}]:={-y, x}
f1[z_]:=f[g[z]]
f2[z_]:=g[f[z]]
f1[{x, y}]
```

$\{x - y, -xy\}$

```
f2[{x, y}]
```

$\{-xy, x + y\}$

Zpět

Příklad 1.2.3

Rozhodněte, která z funkcí

$$\begin{aligned} f_1(x) &= e^x + \cos x + e^{-x} \\ f_2(x) &= e^x + \cos x + e^{2x} \\ f_3(x) &= e^x + x\cos x - e^{-x} \\ f_4(x) &= 0 \end{aligned}$$

je sudá a která je lichá.

? Zpět

Příklad 1.2.3

Rozhodněte, která z funkcí

$$\begin{aligned} f_1(x) &= e^x + \cos x + e^{-x} \\ f_2(x) &= e^x + \cos x + e^{2x} \\ f_3(x) &= e^x + x\cos x - e^{-x} \\ f_4(x) &= 0 \end{aligned}$$

je sudá a která je lichá.

Výsledek:

Funkce f_1 je sudá, není lichá.
Funkce f_2 není sudá, není lichá.
Funkce f_3 není sudá, je lichá.
Funkce f_4 je sudá, je lichá .

Zpět

Příklad 1.2.3

Rozhodněte, která z funkcí

$$\begin{aligned} f_1(x) &= e^x + \cos x + e^{-x} \\ f_2(x) &= e^x + \cos x + e^{2x} \\ f_3(x) &= e^x + x\cos x - e^{-x} \\ f_4(x) &= 0 \end{aligned}$$

je sudá a která je lichá.

Návod:

Pro všechny funkce platí, $D(f) = \mathbb{R}$, tj. definiční obor funkce je souměrný podle počátku.
Stačí vyšetřit následující podmínky:
Funkce $f(x)$ je sudá, jestliže pro všechna x z definičního oboru platí

$$f(x) = f(-x).$$

Funkce $f(x)$ je lichá, jestliže pro všechna x z definičního oboru platí

$$f(x) = -f(-x).$$

Zpět

Příklad 1.2.3

Rozhodněte, která z funkcí

$$\begin{aligned} f_1(x) &= e^x + \cos x + e^{-x} \\ f_2(x) &= e^x + \cos x + e^{2x} \\ f_3(x) &= e^x + x\cos x - e^{-x} \\ f_4(x) &= 0 \end{aligned}$$

je sudá a která je lichá.

Řešení:

$\mathrm{D}(f_1) = \mathrm{D}(f_2) = \mathrm{D}(f_3) = \mathrm{D}(f_4) = \mathbb{R}$, tj. definiční obor funkce je souměrný podle počátku.

$f_1(-x) = e^{-x} + \cos(-x) + e^{-(-x)} = e^{-x} + \cos x + e^{x} = f_1(x)$ ($\cos x$ je funkce sudá)

Funkce $f_1(x)$ je sudá a není lichá.

$f_2(-x) = e^{-x} + \cos(-x) + e^{2(-x)} = e^{-x} + \cos x + e^{-2x} \neq f_2(x)$ ani $f_2(-x) \neq -f_2(x)$

Funkce $f_2(x)$ není sudá a není lichá.

$f_3(-x) = e^{-x} + (-x)\cos(-x) - e^{-(-x)} = e^{-x} - x\cos x - e^{x} = -f_3(-x)$

Funkce $f_3(x)$ není sudá a je lichá.

$f_4(x) = -f_4(-x)$ i $f_4(x) = f_4(-x)$.

Funkce $f_4(x)$ je sudá i lichá.

Zpět

Příklad 1.2.3

Rozhodněte, která z funkcí

$$\begin{aligned} f_1(x) &= \mathrm{e}^x + \cos x + \mathrm{e}^{-x} \\ f_2(x) &= \mathrm{e}^x + \cos x + \mathrm{e}^{2x} \\ f_3(x) &= \mathrm{e}^x + x\cos x - \mathrm{e}^{-x} \\ f_4(x) &= 0 \end{aligned}$$

je sudá a která je lichá.

Maple:

```
> f1 := x -> exp(x) + cos(x) + exp(-x);
```

$$f1 := x \to e^x + \cos(x) + e^{(-x)}$$

```
> evalb (f1(x) = f1(-x));
```

$$\mathit{true}$$

```
> evalb (f1(x) = -f1(-x));
```

$$\mathit{false}$$

```
> f2 := x -> exp(x) + cos(x) + exp(2*x);
```

$$f2 := x \to e^x + \cos(x) + e^{(2\,x)}$$

```
> evalb (f2(x) = f2(-x));
```

$$\mathit{false}$$

```
> evalb (f2(x) = -f2(-x));
```

$$\mathit{false}$$

Další

Příklad 1.2.3

Rozhodněte, která z funkcí

$$\begin{aligned} f_1(x) &= \mathrm{e}^x + \cos x + \mathrm{e}^{-x} \\ f_2(x) &= \mathrm{e}^x + \cos x + \mathrm{e}^{2x} \\ f_3(x) &= \mathrm{e}^x + x\cos x - \mathrm{e}^{-x} \\ f_4(x) &= 0 \end{aligned}$$

je sudá a která je lichá.

Maple:

```
> f3 := x -> exp(x) + x * cos(x) - exp(-x);
```

$$f3 := x \to e^x + x\cos(x) - e^{(-x)}$$

```
> evalb (f3(x) = f3(-x));
```

$$false$$

```
> evalb (f3(x) = -f3(-x));
```

$$true$$

```
> f4 := x -> 0;
```

$$f4 := x \to 0$$

```
> evalb (f4(x) = f4(-x));
```

$$true$$

```
> evalb (f4(x) = -f4(-x));
```

$$true$$

Zpět

Příklad 1.2.3

Rozhodněte, která z funkcí

$$\begin{aligned} f_1(x) &= e^x + \cos x + e^{-x} \\ f_2(x) &= e^x + \cos x + e^{2x} \\ f_3(x) &= e^x + x\cos x - e^{-x} \\ f_4(x) &= 0 \end{aligned}$$

je sudá a která je lichá.

Mathematica:

f1[x_]:=Exp[x] + Cos[x] + Exp[$-x$]

f1[x]===f1[$-x$]

True

f1[x]=== − f1[$-x$]

False
(Funkce f_1 je sudá, není lichá.)

f2[x_]:=Exp[x] + Cos[x] + Exp[2 ∗ x]

f2[x]===f2[$-x$]

False

f2[x]=== − f2[$-x$]

False
(Funkce f_2 není sudá, není lichá.)

Další

Příklad 1.2.3

Rozhodněte, která z funkcí

$$\begin{aligned} f_1(x) &= e^x + \cos x + e^{-x} \\ f_2(x) &= e^x + \cos x + e^{2x} \\ f_3(x) &= e^x + x\cos x - e^{-x} \\ f_4(x) &= 0 \end{aligned}$$

je sudá a která je lichá.

Mathematica:

f3[x_]:=Exp[x] + x * Cos[x] − Exp[−x]

f3[x]===f3[−x]

False

f3[x]=== − f3[−x]

True
(Funkce f_3 není sudá, je lichá.)

f4[x_] = 0

0

f4[x]===f4[−x]

True

f4[x]=== − f4[−x]

True
(Funkce f_4 je sudá, je lichá.)

Zpět