Kapitola 6: Parametrické rovnice rovinných křivek.

Zobrazení z $\mathbb{R}$ do $\mathbb{R}^2$

Definice: Nechť $I \subseteq \mathbb{R}$ je interval. Zobrazení φ, které každému $t \in I$ přiřadí dvojici reálnych čísel $[\varphi_1(t), \varphi_2(t)]$, nazýváme zobrazení intervalu I do roviny $\mathbb{R}^2$.

$$\varphi : I \to \mathbb{R}^2 : t \mapsto [\varphi_1(t), \varphi_2(t)]$$

Mají-li funkce φ_1, φ_2 derivace na intervalu I, pak derivaci φ' zobrazení φ definujeme vztahem

$$\varphi'(t) = [\varphi_1'(t), \varphi_2'(t)]$$

Poznámka: $\varphi'(t)$ je zobrazení

Zobrazení z $\mathbb{R}$ do $\mathbb{R}^2$

Definice: Nechť $I \subseteq \mathbb{R}$ je interval. Zobrazení φ, které každému $t \in I$ přiřadí dvojici reálnych čísel $[\varphi_1(t), \varphi_2(t)]$, nazýváme zobrazení intervalu I do roviny $\mathbb{R}^2$.

$$\varphi : I \to \mathbb{R}^2 : t \mapsto [\varphi_1(t), \varphi_2(t)]$$

Mají-li funkce φ_1, φ_2 derivace na intervalu I, pak derivaci φ' zobrazení φ definujeme vztahem

$$\varphi'(t) = [\varphi_1'(t), \varphi_2'(t)]$$

Poznámka: $\varphi'(t)$ je zobrazení

Rovinné křivky

Definice: Nechť $\varphi(t) = [\varphi_1(t), \varphi_2(t)]$ je spojité zobrazení na I. Nechť existuje $\varphi'(t)$ pro všechna $t \in I$ až na konečný počet bodů $t_1, \dots, t_k \in I$. Pak rovinnou křivkou $\mathcal{K}$ rozumíme obraz intervalu I při zobrazení φ, tj.

$$\mathcal{K} = \{\varphi(t) | t \in I\} = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 | x = \varphi_1(t), y = \varphi_2(t)\}.$$

Zobrazení φ nazýváme parametrizací křivky $\mathcal{K}$ a rovnice

$$\begin{aligned} x &= \varphi_1(t) \\ y &= \varphi_2(t), \quad t \in I \end{aligned}$$

parametrickými rovnicemi křivky $\mathcal{K}$.

Poznámka: Parametrizace není jednoznačná. Jedna křivka může mít nekonečně mnoho parametrizací.

Rovinné křivky

Definice: Nechť $\varphi(t) = [\varphi_1(t), \varphi_2(t)]$ je spojité zobrazení na I. Nechť existuje $\varphi'(t)$ pro všechna $t \in I$ až na konečný počet bodů $t_1, \dots, t_k \in I$. Pak rovinnou křivkou $\mathcal{K}$ rozumíme obraz intervalu I při zobrazení φ, tj.

$$\mathcal{K} = \{\varphi(t) | t \in I\} = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 | x = \varphi_1(t), y = \varphi_2(t)\}.$$

Zobrazení φ nazýváme parametrizací křivky $\mathcal{K}$ a rovnice

$$\begin{aligned} x &= \varphi_1(t) \\ y &= \varphi_2(t), \quad t \in I \end{aligned}$$

parametrickými rovnicemi křivky $\mathcal{K}$.

Poznámka: Parametrizace není jednoznačná. Jedna křivka může mít nekonečně mnoho parametrizací.

Tečný vektor

φ je parametrizace křivky $\mathcal{K}$

$$\overrightarrow{v}(t_0) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\varphi(t_0 + \Delta t) - \varphi(t_0)}{\Delta t} = \varphi'(t_0)$$

- geometrická interpretace: tečný vektor ke křivce $\mathcal{K}$; přímka se směrovým vektorem $\overrightarrow{v}(t_0)$ procházející bodem $\varphi(t_0)$ je tečna ke ke křivce $\mathcal{K}$ v bodě $\varphi(t_0)$
- fyzikální interpretace: vektor okamžité rychlosti hmotného bodu v bodě $\varphi(t_0)$ pohybujícího se po křivce $\mathcal{K}$

Tečný vektor

φ je parametrizace křivky $\mathcal{K}$

$$\overrightarrow{v}(t_0) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\varphi(t_0 + \Delta t) - \varphi(t_0)}{\Delta t} = \varphi'(t_0)$$

- geometrická interpretace: tečný vektor ke křivce $\mathcal{K}$; přímka se směrovým vektorem $\overrightarrow{v}(t_0)$ procházející bodem $\varphi(t_0)$ je tečna ke ke křivce $\mathcal{K}$ v bodě $\varphi(t_0)$
- fyzikální interpretace: vektor okamžité rychlosti hmotného bodu v bodě $\varphi(t_0)$ pohybujícího se po křivce $\mathcal{K}$

Tečný vektor

φ je parametrizace křivky $\mathcal{K}$

$$\overrightarrow{v}(t_0) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\varphi(t_0 + \Delta t) - \varphi(t_0)}{\Delta t} = \varphi'(t_0)$$

- geometrická interpretace: tečný vektor ke křivce $\mathcal{K}$; přímka se směrovým vektorem $\overrightarrow{v}(t_0)$ procházející bodem $\varphi(t_0)$ je tečna ke ke křivce $\mathcal{K}$ v bodě $\varphi(t_0)$
- fyzikální interpretace: vektor okamžité rychlosti hmotného bodu v bodě $\varphi(t_0)$ pohybujícího se po křivce $\mathcal{K}$