

## Kapitola 6: Parametrické rovnice rovinných křivek.

### Zobrazení z $\mathbb{R}$ do $\mathbb{R}^2$

**Definice:** Necht'  $I \subseteq \mathbb{R}$  je interval. Zobrazení  $\varphi$ , které každému  $t \in I$  přiřadí dvojici reálných čísel  $[\varphi_1(t), \varphi_2(t)]$ , nazýváme *zobrazení intervalu  $I$  do roviny  $\mathbb{R}^2$* .

$$\varphi : I \rightarrow \mathbb{R}^2 : t \mapsto [\varphi_1(t), \varphi_2(t)]$$

Mají-li funkce  $\varphi_1, \varphi_2$  derivace na intervalu  $I$ , pak *derivaci  $\varphi'$  zobrazení  $\varphi$*  definujeme vztahem

$$\varphi'(t) = [\varphi_1'(t), \varphi_2'(t)]$$

**Poznámka:**  $\varphi'(t)$  je zobrazení

### Rovinné křivky

**Definice:** Necht'  $\varphi(t) = [\varphi_1(t), \varphi_2(t)]$  je spojitě zobrazení na  $I$ . Necht' existuje  $\varphi'(t)$  pro všechna  $t \in I$  až na konečný počet bodů  $t_1, \dots, t_k \in I$ . Pak *rovinnou křivkou  $\mathcal{K}$*  rozumíme obraz intervalu  $I$  při zobrazení  $\varphi$ , tj.

$$\mathcal{K} = \{\varphi(t) | t \in I\} = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 | x = \varphi_1(t), y = \varphi_2(t)\}.$$

Zobrazení  $\varphi$  nazýváme *parametrizací křivky  $\mathcal{K}$*  a rovnice

$$\begin{aligned} x &= \varphi_1(t) \\ y &= \varphi_2(t), \quad t \in I \end{aligned}$$

*parametrickými rovnicemi křivky  $\mathcal{K}$* .

**Poznámka:** Parametrizace není jednoznačná. Jedna křivka může mít nekonečně mnoho parametrizací.

### Tečný vektor

$\varphi$  je parametrizace křivky  $\mathcal{K}$

$$\vec{v}(t_0) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\varphi(t_0 + \Delta t) - \varphi(t_0)}{\Delta t} = \varphi'(t_0)$$

- geometrická interpretace: *tečný vektor* ke křivce  $\mathcal{K}$ ; přímka se směrovým vektorem  $\vec{v}(t_0)$  procházející bodem  $\varphi(t_0)$  je *tečna ke křivce  $\mathcal{K}$  v bodě  $\varphi(t_0)$*
- fyzikální interpretace: vektor okamžité rychlosti hmotného bodu v bodě  $\varphi(t_0)$  pohybujícího se po křivce  $\mathcal{K}$