Kapitola 9: Lineární prostor

Zavedení operací sčítání a násobení

Definice:
Říkáme, že na množině X je zadaná operace sčítání, kterou označíme symbolem $\oplus$, je-li pro $\forall\, \boldsymbol{x}, \boldsymbol{y} \in X$ přiřazen prvek z množiny X nazývaný jejich součtem a označován $\boldsymbol{x} \oplus \boldsymbol{y}$.

$\oplus : (\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y}) \mapsto \boldsymbol{x} \oplus \boldsymbol{y}$.

Říkáme, že na množině X je zadaná operace násobení reálným číslem, kterou označíme symbolem $\odot$, je-li pro $\forall\, \boldsymbol{x} \in X,\ \alpha \in \mathbb{R}$ přiřazen prvek z množiny X nazývaný jejich součinem a označován $\alpha \odot \boldsymbol{y}$.

$\odot : (\alpha, \boldsymbol{x}) \mapsto \alpha \odot \boldsymbol{x}$.

Zavedení operací sčítání a násobení

Definice:
Říkáme, že na množině X je zadaná operace sčítání, kterou označíme symbolem $\oplus$, je-li pro $\forall\, \boldsymbol{x}, \boldsymbol{y} \in X$ přiřazen prvek z množiny X nazývaný jejich součtem a označován $\boldsymbol{x} \oplus \boldsymbol{y}$.

$\oplus : (\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y}) \mapsto \boldsymbol{x} \oplus \boldsymbol{y}$.

Říkáme, že na množině X je zadaná operace násobení reálným číslem, kterou označíme symbolem $\odot$, je-li pro $\forall\, \boldsymbol{x} \in X,\ \alpha \in \mathbb{R}$ přiřazen prvek z množiny X nazývaný jejich součinem a označován $\alpha \odot \boldsymbol{y}$.

$\odot : (\alpha, \boldsymbol{x}) \mapsto \alpha \odot \boldsymbol{x}$.

Zavedení operací sčítání a násobení

Definice:
Říkáme, že na množině X je zadaná operace sčítání, kterou označíme symbolem $\oplus$, je-li pro $\forall\, \boldsymbol{x}, \boldsymbol{y} \in X$ přiřazen prvek z množiny X nazývaný jejich součtem a označován $\boldsymbol{x} \oplus \boldsymbol{y}$.

$$\oplus : (\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y}) \mapsto \boldsymbol{x} \oplus \boldsymbol{y}.$$

Říkáme, že na množině X je zadaná operace násobení reálným číslem, kterou označíme symbolem $\odot$, je-li pro $\forall\, \boldsymbol{x} \in X,\ \alpha \in \mathbb{R}$ přiřazen prvek z množiny X nazývaný jejich součinem a označován $\alpha \odot \boldsymbol{y}$.

$$\odot : (\alpha, \boldsymbol{x}) \mapsto \alpha \odot \boldsymbol{x}.$$

Zavedení operací sčítání a násobení

Definice:
Říkáme, že na množině X je zadaná operace sčítání, kterou označíme symbolem $\oplus$, je-li pro $\forall\, \boldsymbol{x}, \boldsymbol{y} \in X$ přiřazen prvek z množiny X nazývaný jejich součtem a označován $\boldsymbol{x} \oplus \boldsymbol{y}$.

$\oplus : (\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y}) \mapsto \boldsymbol{x} \oplus \boldsymbol{y}$.

Říkáme, že na množině X je zadaná operace násobení reálným číslem, kterou označíme symbolem $\odot$, je-li pro $\forall\, \boldsymbol{x} \in X,\ \alpha \in \mathbb{R}$ přiřazen prvek z množiny X nazývaný jejich součinem a označován $\alpha \odot \boldsymbol{y}$.

$\odot : (\alpha, \boldsymbol{x}) \mapsto \alpha \odot \boldsymbol{x}$.

Zavedení operací sčítání a násobení

Definice:
Říkáme, že na množině X je zadaná operace sčítání, kterou označíme symbolem $\oplus$, je-li pro $\forall\, \boldsymbol{x}, \boldsymbol{y} \in X$ přiřazen prvek z množiny X nazývaný jejich součtem a označován $\boldsymbol{x} \oplus \boldsymbol{y}$.

$\oplus : (\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y}) \mapsto \boldsymbol{x} \oplus \boldsymbol{y}$.

Říkáme, že na množině X je zadaná operace násobení reálným číslem, kterou označíme symbolem $\odot$, je-li pro $\forall\, \boldsymbol{x} \in X,\ \alpha \in \mathbb{R}$ přiřazen prvek z množiny X nazývaný jejich součinem a označován $\alpha \odot \boldsymbol{y}$.

$\odot : (\alpha, \boldsymbol{x}) \mapsto \alpha \odot \boldsymbol{x}$.

Obecný lineární prostor

Definice: Nechť V je neprázdná množina, na které jsou definovány operace $\oplus$, $\odot$. Říkáme, že množina V spolu s operacemi $\oplus$, $\odot$ tvoří lineární prostor jestliže operace $\oplus$, $\odot$ splňují následující vlastnosti (axiomy)

1. $\boldsymbol{a} \oplus \boldsymbol{b} = \boldsymbol{b} \oplus \boldsymbol{a}$ pro $\forall\, \boldsymbol{a}, \boldsymbol{b} \in V$ komutativní zákon
2. $(\boldsymbol{a} \oplus \boldsymbol{b}) \oplus \boldsymbol{c} = \boldsymbol{a} \oplus (\boldsymbol{b} \oplus \boldsymbol{c})$ pro $\forall\, \boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c} \in V$ asociativní zákon
3. $\exists\, \boldsymbol{o} \in V$ takový, že $\boldsymbol{a} \oplus \boldsymbol{o} = \boldsymbol{a}$ pro $\forall\, \boldsymbol{a} \in V$ existence nulového prvku
4. $\forall\, \boldsymbol{a}$ existuje $(-\boldsymbol{a}) \in V$, takový, že $\boldsymbol{a} \oplus (-\boldsymbol{a}) = \boldsymbol{o}$ existence opačného prvku
5. $1 \odot \boldsymbol{a} = \boldsymbol{a}$ pro $\forall\, \boldsymbol{a} \in V$.
6. $(\alpha + \beta) \odot \boldsymbol{a} = (\alpha \odot \boldsymbol{a}) \oplus (\beta \odot \boldsymbol{a})$ $\forall\, \boldsymbol{a} \in V$ $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ distributivní zákon
7. $\alpha \odot (\boldsymbol{a} \oplus \boldsymbol{b}) = (\alpha \odot \boldsymbol{a}) \oplus (\alpha \odot \boldsymbol{b})$ $\forall\, \boldsymbol{a}, \boldsymbol{b} \in V$ $\alpha \in \mathbb{R}$ distributivní zákon
8. $(\alpha \cdot \beta) \odot \boldsymbol{a} = \alpha \odot (\beta \odot \boldsymbol{a})$ pro $\forall\, \boldsymbol{a} \in V$ $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$.

Obecný lineární prostor

Definice: Nechť V je neprázdná množina, na které jsou definovány operace $\oplus$, $\odot$. Říkáme, že množina V spolu s operacemi $\oplus$, $\odot$ tvoří lineární prostor jestliže operace $\oplus$, $\odot$ splňují následující vlastnosti (axiomy)

1. $\boldsymbol{a} \oplus \boldsymbol{b} = \boldsymbol{b} \oplus \boldsymbol{a}$ pro $\forall\, \boldsymbol{a}, \boldsymbol{b} \in V$ komutativní zákon
2. $(\boldsymbol{a} \oplus \boldsymbol{b}) \oplus \boldsymbol{c} = \boldsymbol{a} \oplus (\boldsymbol{b} \oplus \boldsymbol{c})$ pro $\forall\, \boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c} \in V$ asociativní zákon
3. $\exists\, \boldsymbol{o} \in V$ takový, že $\boldsymbol{a} \oplus \boldsymbol{o} = \boldsymbol{a}$ pro $\forall\, \boldsymbol{a} \in V$ existence nulového prvku
4. $\forall\, \boldsymbol{a}$ existuje $(-\boldsymbol{a}) \in V$, takový, že $\boldsymbol{a} \oplus (-\boldsymbol{a}) = \boldsymbol{o}$ existence opačného prvku
5. $1 \odot \boldsymbol{a} = \boldsymbol{a}$ pro $\forall\, \boldsymbol{a} \in V$.
6. $(\alpha + \beta) \odot \boldsymbol{a} = (\alpha \odot \boldsymbol{a}) \oplus (\beta \odot \boldsymbol{a})$ $\forall\, \boldsymbol{a} \in V$ $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ distributivní zákon
7. $\alpha \odot (\boldsymbol{a} \oplus \boldsymbol{b}) = (\alpha \odot \boldsymbol{a}) \oplus (\alpha \odot \boldsymbol{b})$ $\forall\, \boldsymbol{a}, \boldsymbol{b} \in V$ $\alpha \in \mathbb{R}$ distributivní zákon
8. $(\alpha \cdot \beta) \odot \boldsymbol{a} = \alpha \odot (\beta \odot \boldsymbol{a})$ pro $\forall\, \boldsymbol{a} \in V$ $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$.

Obecný lineární prostor

Definice: Nechť V je neprázdná množina, na které jsou definovány operace $\oplus$, $\odot$. Říkáme, že množina V spolu s operacemi $\oplus$, $\odot$ tvoří lineární prostor jestliže operace $\oplus$, $\odot$ splňují následující vlastnosti (axiomy)

1. $\boldsymbol{a} \oplus \boldsymbol{b} = \boldsymbol{b} \oplus \boldsymbol{a}$ pro $\forall\, \boldsymbol{a}, \boldsymbol{b} \in V$ komutativní zákon
2. $(\boldsymbol{a} \oplus \boldsymbol{b}) \oplus \boldsymbol{c} = \boldsymbol{a} \oplus (\boldsymbol{b} \oplus \boldsymbol{c})$ pro $\forall\, \boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c} \in V$ asociativní zákon
3. $\exists\, \boldsymbol{o} \in V$ takový, že $\boldsymbol{a} \oplus \boldsymbol{o} = \boldsymbol{a}$ pro $\forall\, \boldsymbol{a} \in V$ existence nulového prvku
4. $\forall\, \boldsymbol{a}$ existuje $(-\boldsymbol{a}) \in V$, takový, že $\boldsymbol{a} \oplus (-\boldsymbol{a}) = \boldsymbol{o}$ existence opačného prvku
5. $1 \odot \boldsymbol{a} = \boldsymbol{a}$ pro $\forall\, \boldsymbol{a} \in V$.
6. $(\alpha + \beta) \odot \boldsymbol{a} = (\alpha \odot \boldsymbol{a}) \oplus (\beta \odot \boldsymbol{a})$ $\forall\, \boldsymbol{a} \in V$ $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ distributivní zákon
7. $\alpha \odot (\boldsymbol{a} \oplus \boldsymbol{b}) = (\alpha \odot \boldsymbol{a}) \oplus (\alpha \odot \boldsymbol{b})$ $\forall\, \boldsymbol{a}, \boldsymbol{b} \in V$ $\alpha \in \mathbb{R}$ distributivní zákon
8. $(\alpha \cdot \beta) \odot \boldsymbol{a} = \alpha \odot (\beta \odot \boldsymbol{a})$ pro $\forall\, \boldsymbol{a} \in V$ $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$.

Obecný lineární prostor

Definice: Nechť V je neprázdná množina, na které jsou definovány operace $\oplus$, $\odot$. Říkáme, že množina V spolu s operacemi $\oplus$, $\odot$ tvoří lineární prostor jestliže operace $\oplus$, $\odot$ splňují následující vlastnosti (axiomy)

1. $\boldsymbol{a} \oplus \boldsymbol{b} = \boldsymbol{b} \oplus \boldsymbol{a}$ pro $\forall\, \boldsymbol{a}, \boldsymbol{b} \in V$ komutativní zákon
2. $(\boldsymbol{a} \oplus \boldsymbol{b}) \oplus \boldsymbol{c} = \boldsymbol{a} \oplus (\boldsymbol{b} \oplus \boldsymbol{c})$ pro $\forall\, \boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c} \in V$ asociativní zákon
3. $\exists\, \boldsymbol{o} \in V$ takový, že $\boldsymbol{a} \oplus \boldsymbol{o} = \boldsymbol{a}$ pro $\forall\, \boldsymbol{a} \in V$ existence nulového prvku
4. $\forall\, \boldsymbol{a}$ existuje $(-\boldsymbol{a}) \in V$, takový, že $\boldsymbol{a} \oplus (-\boldsymbol{a}) = \boldsymbol{o}$ existence opačného prvku
5. $1 \odot \boldsymbol{a} = \boldsymbol{a}$ pro $\forall\, \boldsymbol{a} \in V$.
6. $(\alpha + \beta) \odot \boldsymbol{a} = (\alpha \odot \boldsymbol{a}) \oplus (\beta \odot \boldsymbol{a})$ $\forall\, \boldsymbol{a} \in V$ $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ distributivní zákon
7. $\alpha \odot (\boldsymbol{a} \oplus \boldsymbol{b}) = (\alpha \odot \boldsymbol{a}) \oplus (\alpha \odot \boldsymbol{b})$ $\forall\, \boldsymbol{a}, \boldsymbol{b} \in V$ $\alpha \in \mathbb{R}$ distributivní zákon
8. $(\alpha \cdot \beta) \odot \boldsymbol{a} = \alpha \odot (\beta \odot \boldsymbol{a})$ pro $\forall\, \boldsymbol{a} \in V$ $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$.

Obecný lineární prostor

Definice: Nechť V je neprázdná množina, na které jsou definovány operace $\oplus$, $\odot$. Říkáme, že množina V spolu s operacemi $\oplus$, $\odot$ tvoří lineární prostor jestliže operace $\oplus$, $\odot$ splňují následující vlastnosti (axiomy)

1. $\boldsymbol{a} \oplus \boldsymbol{b} = \boldsymbol{b} \oplus \boldsymbol{a}$ pro $\forall\, \boldsymbol{a}, \boldsymbol{b} \in V$ komutativní zákon
2. $(\boldsymbol{a} \oplus \boldsymbol{b}) \oplus \boldsymbol{c} = \boldsymbol{a} \oplus (\boldsymbol{b} \oplus \boldsymbol{c})$ pro $\forall\, \boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c} \in V$ asociativní zákon
3. $\exists\, \boldsymbol{o} \in V$ takový, že $\boldsymbol{a} \oplus \boldsymbol{o} = \boldsymbol{a}$ pro $\forall\, \boldsymbol{a} \in V$ existence nulového prvku
4. $\forall\, \boldsymbol{a}$ existuje $(-\boldsymbol{a}) \in V$, takový, že $\boldsymbol{a} \oplus (-\boldsymbol{a}) = \boldsymbol{o}$ existence opačného prvku
5. $1 \odot \boldsymbol{a} = \boldsymbol{a}$ pro $\forall\, \boldsymbol{a} \in V$.
6. $(\alpha + \beta) \odot \boldsymbol{a} = (\alpha \odot \boldsymbol{a}) \oplus (\beta \odot \boldsymbol{a})\ \forall\, \boldsymbol{a} \in V\ \alpha, \beta \in \mathbb{R}$ distributivní zákon
7. $\alpha \odot (\boldsymbol{a} \oplus \boldsymbol{b}) = (\alpha \odot \boldsymbol{a}) \oplus (\alpha \odot \boldsymbol{b})\ \forall\, \boldsymbol{a}, \boldsymbol{b} \in V\ \alpha \in \mathbb{R}$ distributivní zákon
8. $(\alpha \cdot \beta) \odot \boldsymbol{a} = \alpha \odot (\beta \odot \boldsymbol{a})$ pro $\forall\, \boldsymbol{a} \in V\ \alpha, \beta \in \mathbb{R}$.

Obecný lineární prostor

Definice: Nechť V je neprázdná množina, na které jsou definovány operace $\oplus$, $\odot$. Říkáme, že množina V spolu s operacemi $\oplus$, $\odot$ tvoří lineární prostor jestliže operace $\oplus$, $\odot$ splňují následující vlastnosti (axiomy)

1. $\boldsymbol{a} \oplus \boldsymbol{b} = \boldsymbol{b} \oplus \boldsymbol{a}$ pro $\forall\, \boldsymbol{a}, \boldsymbol{b} \in V$ komutativní zákon
2. $(\boldsymbol{a} \oplus \boldsymbol{b}) \oplus \boldsymbol{c} = \boldsymbol{a} \oplus (\boldsymbol{b} \oplus \boldsymbol{c})$ pro $\forall\, \boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c} \in V$
   asociativní zákon
3. $\exists\, \boldsymbol{o} \in V$ takový, že $\boldsymbol{a} \oplus \boldsymbol{o} = \boldsymbol{a}$ pro $\forall\, \boldsymbol{a} \in V$
   existence nulového prvku
4. $\forall\, \boldsymbol{a}$ existuje $(-\boldsymbol{a}) \in V$, takový, že $\boldsymbol{a} \oplus (-\boldsymbol{a}) = \boldsymbol{o}$
   existence opačného prvku
5. $1 \odot \boldsymbol{a} = \boldsymbol{a}$ pro $\forall\, \boldsymbol{a} \in V$.
6. $(\alpha + \beta) \odot \boldsymbol{a} = (\alpha \odot \boldsymbol{a}) \oplus (\beta \odot \boldsymbol{a})\ \forall\, \boldsymbol{a} \in V\ \alpha, \beta \in \mathbb{R}$
   distributivní zákon
7. $\alpha \odot (\boldsymbol{a} \oplus \boldsymbol{b}) = (\alpha \odot \boldsymbol{a}) \oplus (\alpha \odot \boldsymbol{b})\ \forall\, \boldsymbol{a}, \boldsymbol{b} \in V\ \alpha \in \mathbb{R}$
   distributivní zákon
8. $(\alpha \cdot \beta) \odot \boldsymbol{a} = \alpha \odot (\beta \odot \boldsymbol{a})$ pro $\forall\, \boldsymbol{a} \in V\ \alpha, \beta \in \mathbb{R}$.

Obecný lineární prostor

Definice: Nechť V je neprázdná množina, na které jsou definovány operace $\oplus$, $\odot$. Říkáme, že množina V spolu s operacemi $\oplus$, $\odot$ tvoří lineární prostor jestliže operace $\oplus$, $\odot$ splňují následující vlastnosti (axiomy)

1. $\boldsymbol{a} \oplus \boldsymbol{b} = \boldsymbol{b} \oplus \boldsymbol{a}$ pro $\forall\, \boldsymbol{a}, \boldsymbol{b} \in V$ komutativní zákon
2. $(\boldsymbol{a} \oplus \boldsymbol{b}) \oplus \boldsymbol{c} = \boldsymbol{a} \oplus (\boldsymbol{b} \oplus \boldsymbol{c})$ pro $\forall\, \boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c} \in V$
   asociativní zákon
3. $\exists\, \boldsymbol{o} \in V$ takový, že $\boldsymbol{a} \oplus \boldsymbol{o} = \boldsymbol{a}$ pro $\forall\, \boldsymbol{a} \in V$
   existence nulového prvku
4. $\forall\, \boldsymbol{a}$ existuje $(-\boldsymbol{a}) \in V$, takový, že $\boldsymbol{a} \oplus (-\boldsymbol{a}) = \boldsymbol{o}$
   existence opačného prvku
5. $1 \odot \boldsymbol{a} = \boldsymbol{a}$ pro $\forall\, \boldsymbol{a} \in V$.
6. $(\alpha + \beta) \odot \boldsymbol{a} = (\alpha \odot \boldsymbol{a}) \oplus (\beta \odot \boldsymbol{a})$ $\forall\, \boldsymbol{a} \in V$ $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$
   distributivní zákon
7. $\alpha \odot (\boldsymbol{a} \oplus \boldsymbol{b}) = (\alpha \odot \boldsymbol{a}) \oplus (\alpha \odot \boldsymbol{b})$ $\forall\, \boldsymbol{a}, \boldsymbol{b} \in V$ $\alpha \in \mathbb{R}$
   distributivní zákon
8. $(\alpha \cdot \beta) \odot \boldsymbol{a} = \alpha \odot (\beta \odot \boldsymbol{a})$ pro $\forall\, \boldsymbol{a} \in V$ $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$.

Obecný lineární prostor

Definice: Nechť V je neprázdná množina, na které jsou definovány operace $\oplus$, $\odot$. Říkáme, že množina V spolu s operacemi $\oplus$, $\odot$ tvoří lineární prostor jestliže operace $\oplus$, $\odot$ splňují následující vlastnosti (axiomy)

1. $\boldsymbol{a} \oplus \boldsymbol{b} = \boldsymbol{b} \oplus \boldsymbol{a}$ pro $\forall\, \boldsymbol{a}, \boldsymbol{b} \in V$ komutativní zákon
2. $(\boldsymbol{a} \oplus \boldsymbol{b}) \oplus \boldsymbol{c} = \boldsymbol{a} \oplus (\boldsymbol{b} \oplus \boldsymbol{c})$ pro $\forall\, \boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c} \in V$
   asociativní zákon
3. $\exists\, \boldsymbol{o} \in V$ takový, že $\boldsymbol{a} \oplus \boldsymbol{o} = \boldsymbol{a}$ pro $\forall\, \boldsymbol{a} \in V$
   existence nulového prvku
4. $\forall\, \boldsymbol{a}$ existuje $(-\boldsymbol{a}) \in V$, takový, že $\boldsymbol{a} \oplus (-\boldsymbol{a}) = \boldsymbol{o}$
   existence opačného prvku
5. $1 \odot \boldsymbol{a} = \boldsymbol{a}$ pro $\forall\, \boldsymbol{a} \in V$.
6. $(\alpha + \beta) \odot \boldsymbol{a} = (\alpha \odot \boldsymbol{a}) \oplus (\beta \odot \boldsymbol{a})$ $\forall\, \boldsymbol{a} \in V$ $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$
   distributivní zákon
7. $\alpha \odot (\boldsymbol{a} \oplus \boldsymbol{b}) = (\alpha \odot \boldsymbol{a}) \oplus (\alpha \odot \boldsymbol{b})$ $\forall\, \boldsymbol{a}, \boldsymbol{b} \in V$ $\alpha \in \mathbb{R}$
   distributivní zákon
8. $(\alpha \cdot \beta) \odot \boldsymbol{a} = \alpha \odot (\beta \odot \boldsymbol{a})$ pro $\forall\, \boldsymbol{a} \in V$ $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$.

Obecný lineární prostor

Definice: Nechť V je neprázdná množina, na které jsou definovány operace $\oplus$, $\odot$. Říkáme, že množina V spolu s operacemi $\oplus$, $\odot$ tvoří lineární prostor jestliže operace $\oplus$, $\odot$ splňují následující vlastnosti (axiomy)

1. $\boldsymbol{a} \oplus \boldsymbol{b} = \boldsymbol{b} \oplus \boldsymbol{a}$ pro $\forall\, \boldsymbol{a}, \boldsymbol{b} \in V$ komutativní zákon
2. $(\boldsymbol{a} \oplus \boldsymbol{b}) \oplus \boldsymbol{c} = \boldsymbol{a} \oplus (\boldsymbol{b} \oplus \boldsymbol{c})$ pro $\forall\, \boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c} \in V$
   asociativní zákon
3. $\exists\, \boldsymbol{o} \in V$ takový, že $\boldsymbol{a} \oplus \boldsymbol{o} = \boldsymbol{a}$ pro $\forall\, \boldsymbol{a} \in V$
   existence nulového prvku
4. $\forall\, \boldsymbol{a}$ existuje $(-\boldsymbol{a}) \in V$, takový, že $\boldsymbol{a} \oplus (-\boldsymbol{a}) = \boldsymbol{o}$
   existence opačného prvku
5. $1 \odot \boldsymbol{a} = \boldsymbol{a}$ pro $\forall\, \boldsymbol{a} \in V$.
6. $(\alpha + \beta) \odot \boldsymbol{a} = (\alpha \odot \boldsymbol{a}) \oplus (\beta \odot \boldsymbol{a})\ \forall\, \boldsymbol{a} \in V\ \alpha, \beta \in \mathbb{R}$
   distributivní zákon
7. $\alpha \odot (\boldsymbol{a} \oplus \boldsymbol{b}) = (\alpha \odot \boldsymbol{a}) \oplus (\alpha \odot \boldsymbol{b})\ \forall\, \boldsymbol{a}, \boldsymbol{b} \in V\ \alpha \in \mathbb{R}$
   distributivní zákon
8. $(\alpha \cdot \beta) \odot \boldsymbol{a} = \alpha \odot (\beta \odot \boldsymbol{a})$ pro $\forall\, \boldsymbol{a} \in V\ \alpha, \beta \in \mathbb{R}$.

Obecný lineární prostor

Definice: Nechť V je neprázdná množina, na které jsou definovány operace $\oplus$, $\odot$. Říkáme, že množina V spolu s operacemi $\oplus$, $\odot$ tvoří lineární prostor jestliže operace $\oplus$, $\odot$ splňují následující vlastnosti (axiomy)

1. $\boldsymbol{a} \oplus \boldsymbol{b} = \boldsymbol{b} \oplus \boldsymbol{a}$ pro $\forall\, \boldsymbol{a}, \boldsymbol{b} \in V$ komutativní zákon
2. $(\boldsymbol{a} \oplus \boldsymbol{b}) \oplus \boldsymbol{c} = \boldsymbol{a} \oplus (\boldsymbol{b} \oplus \boldsymbol{c})$ pro $\forall\, \boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c} \in V$
   asociativní zákon
3. $\exists\, \boldsymbol{o} \in V$ takový, že $\boldsymbol{a} \oplus \boldsymbol{o} = \boldsymbol{a}$ pro $\forall\, \boldsymbol{a} \in V$
   existence nulového prvku
4. $\forall\, \boldsymbol{a}$ existuje $(-\boldsymbol{a}) \in V$, takový, že $\boldsymbol{a} \oplus (-\boldsymbol{a}) = \boldsymbol{o}$
   existence opačného prvku
5. $1 \odot \boldsymbol{a} = \boldsymbol{a}$ pro $\forall\, \boldsymbol{a} \in V$.
6. $(\alpha + \beta) \odot \boldsymbol{a} = (\alpha \odot \boldsymbol{a}) \oplus (\beta \odot \boldsymbol{a})\ \forall\, \boldsymbol{a} \in V\ \alpha, \beta \in \mathbb{R}$
   distributivní zákon
7. $\alpha \odot (\boldsymbol{a} \oplus \boldsymbol{b}) = (\alpha \odot \boldsymbol{a}) \oplus (\alpha \odot \boldsymbol{b})\ \forall\, \boldsymbol{a}, \boldsymbol{b} \in V\ \alpha \in \mathbb{R}$
   distributivní zákon
8. $(\alpha \cdot \beta) \odot \boldsymbol{a} = \alpha \odot (\beta \odot \boldsymbol{a})$ pro $\forall\, \boldsymbol{a} \in V\ \alpha, \beta \in \mathbb{R}$.

Poznámky

- Nadále nebudeme rozlišovat mezi operacemi $+$, $\oplus$, $\cdot$, $\odot$, budeme psát pouze $+, \cdot$. Ze zápisu bude vždy jasné o kterou operaci se jedná.
- Prvky lineárního prostoru budeme nazývat vektory.
- Reálná čísla $\alpha, \beta, \ldots$ budeme nazývat skaláry.
- Místo lineární prostor se někdy říká vektorový prostor (jeho prvky jsou vektory).
- Nechť V spolu s operacemi $+, \cdot$ je lineární prostor a nechť $\boldsymbol{a} \in V$ je libovolný prvek. Potom
  1. $0 \cdot \boldsymbol{a} = \boldsymbol{o}$
  2. $(-1) \cdot \boldsymbol{a} = (-\boldsymbol{a})$.

Poznámky

- Nadále nebudeme rozlišovat mezi operacemi $+$, $\oplus$, $\cdot$, $\odot$, budeme psát pouze $+$, $\cdot$. Ze zápisu bude vždy jasné o kterou operaci se jedná.
- Prvky lineárního prostoru budeme nazývat vektory.
- Reálná čísla $\alpha, \beta, \dots$ budeme nazývat skaláry.
- Místo lineární prostor se někdy říká vektorový prostor (jeho prvky jsou vektory).
- Nechť V spolu s operacemi $+$, $\cdot$ je lineární prostor a nechť $\boldsymbol{a} \in V$ je libovolný prvek. Potom
  1. $0 \cdot \boldsymbol{a} = \boldsymbol{o}$
  2. $(-1) \cdot \boldsymbol{a} = (-\boldsymbol{a})$.

Poznámky

- Nadále nebudeme rozlišovat mezi operacemi $+$, $\oplus$, $\cdot$, $\odot$, budeme psát pouze $+$, $\cdot$. Ze zápisu bude vždy jasné o kterou operaci se jedná.
- Prvky lineárního prostoru budeme nazývat vektory.
- Reálná čísla $\alpha, \beta, \dots$ budeme nazývat skaláry.
- Místo lineární prostor se někdy říká vektorový prostor (jeho prvky jsou vektory).
- Nechť V spolu s operacemi $+$, $\cdot$ je lineární prostor a nechť $\boldsymbol{a} \in V$ je libovolný prvek. Potom
  1. $0 \cdot \boldsymbol{a} = \boldsymbol{o}$
  2. $(-1) \cdot \boldsymbol{a} = (-\boldsymbol{a})$.

Poznámky

- Nadále nebudeme rozlišovat mezi operacemi $+$, $\oplus$, $\cdot$, $\odot$, budeme psát pouze $+$, $\cdot$. Ze zápisu bude vždy jasné o kterou operaci se jedná.
- Prvky lineárního prostoru budeme nazývat vektory.
- Reálná čísla $\alpha, \beta, \ldots$ budeme nazývat skaláry.
- Místo lineární prostor se někdy říká vektorový prostor (jeho prvky jsou vektory).
- Nechť V spolu s operacemi $+$, $\cdot$ je lineární prostor a nechť $\boldsymbol{a} \in V$ je libovolný prvek. Potom
  1. $0 \cdot \boldsymbol{a} = \boldsymbol{o}$
  2. $(-1) \cdot \boldsymbol{a} = (-\boldsymbol{a})$.

Poznámky

- Nadále nebudeme rozlišovat mezi operacemi $+$, $\oplus$, $\cdot$, $\odot$, budeme psát pouze $+$, $\cdot$. Ze zápisu bude vždy jasné o kterou operaci se jedná.
- Prvky lineárního prostoru budeme nazývat vektory.
- Reálná čísla α, $\beta, \ldots$ budeme nazývat skaláry.
- Místo lineární prostor se někdy říká vektorový prostor (jeho prvky jsou vektory).
- Nechť V spolu s operacemi $+$, $\cdot$ je lineární prostor a nechť $\boldsymbol{a} \in V$ je libovolný prvek. Potom
  1. $0 \cdot \boldsymbol{a} = \boldsymbol{o}$
  2. $(-1) \cdot \boldsymbol{a} = (-\boldsymbol{a})$.

Poznámky

- Nadále nebudeme rozlišovat mezi operacemi $+$, $\oplus$, $\cdot$, $\odot$, budeme psát pouze $+$, $\cdot$. Ze zápisu bude vždy jasné o kterou operaci se jedná.
- Prvky lineárního prostoru budeme nazývat vektory.
- Reálná čísla α, $\beta, \dots$ budeme nazývat skaláry.
- Místo lineární prostor se někdy říká vektorový prostor (jeho prvky jsou vektory).
- Nechť V spolu s operacemi $+$, $\cdot$ je lineární prostor a nechť $\boldsymbol{a} \in V$ je libovolný prvek. Potom
  1. $0 \cdot \boldsymbol{a} = \boldsymbol{o}$
  2. $(-1) \cdot \boldsymbol{a} = (-\boldsymbol{a})$.

Lineární prostor $\mathbb{R}^n$

$\mathbb{R}^n = \{\vec{a} = (a_1, a_2, \dots, a_n);\ a_i \in \mathbb{R},\ i = 1, 2, \dots, n\}$

Pro $\forall\, \vec{a}, \vec{b} \in \mathbb{R}^n$ $\vec{a} = (a_1, a_2, \dots, a_n)$, $\vec{b} = (b_1, b_2, \dots, b_n)$ je součtem prvků $\vec{a}$, $\vec{b}$ vektor

$$\vec{a} + \vec{b} = (a_1 + b_1, a_2 + b_2, \dots, a_n + b_n) \in \mathbb{R}^n.$$

Pro $\forall\, \vec{a} \in \mathbb{R}^n$ a $\alpha \in \mathbb{R}$ je α-násobkem prvků $\vec{a}$ prvek

$$\alpha \cdot \vec{a} = (\alpha\, a_1, \alpha\, a_2, \dots, \alpha\, a_n) \in \mathbb{R}^n.$$

Věta: Množina $\mathbb{R}^n$ spolu s operacemi $+$ a $\cdot$ tvoří lineární prostor.

Lineární prostor $\mathbb{R}^n$

$$\mathbb{R}^n = \{\vec{a} = (a_1, a_2, \dots, a_n);\ a_i \in \mathbb{R},\ i = 1, 2, \dots, n\}$$

Pro $\forall\, \vec{a}, \vec{b} \in \mathbb{R}^n$ $\vec{a} = (a_1, a_2, \dots, a_n)$, $\vec{b} = (b_1, b_2, \dots, b_n)$ je součtem prvků $\vec{a}$, $\vec{b}$ vektor

$$\vec{a} + \vec{b} = (a_1 + b_1, a_2 + b_2, \dots, a_n + b_n) \in \mathbb{R}^n.$$

Pro $\forall\, \vec{a} \in \mathbb{R}^n$ a $\alpha \in \mathbb{R}$ je α-násobkem prvků $\vec{a}$ prvek

$$\alpha \cdot \vec{a} = (\alpha\, a_1, \alpha\, a_2, \dots, \alpha\, a_n) \in \mathbb{R}^n.$$

Věta: Množina $\mathbb{R}^n$ spolu s operacemi $+$ a $\cdot$ tvoří lineární prostor.

Lineární prostor $\mathbb{R}^n$

$$\mathbb{R}^n = \{\vec{a} = (a_1, a_2, \dots, a_n);\ a_i \in \mathbb{R},\ i = 1, 2, \dots, n\}$$

Pro $\forall\, \vec{a}, \vec{b} \in \mathbb{R}^n$ $\vec{a} = (a_1, a_2, \dots, a_n)$, $\vec{b} = (b_1, b_2, \dots, b_n)$ je součtem prvků $\vec{a}$, $\vec{b}$ vektor

$$\vec{a} + \vec{b} = (a_1 + b_1, a_2 + b_2, \dots, a_n + b_n) \in \mathbb{R}^n.$$

Pro $\forall\, \vec{a} \in \mathbb{R}^n$ a $\alpha \in \mathbb{R}$ je α-násobkem prvků $\vec{a}$ prvek

$$\alpha \cdot \vec{a} = (\alpha\, a_1, \alpha\, a_2, \dots, \alpha\, a_n) \in \mathbb{R}^n.$$

Věta: Množina $\mathbb{R}^n$ spolu s operacemi $+$ a $\cdot$ tvoří lineární prostor.

Lineární prostor $\mathbb{R}^n$

$$\mathbb{R}^n = \{\vec{a} = (a_1, a_2, \ldots, a_n);\ a_i \in \mathbb{R},\ i = 1, 2, \ldots, n\}$$

Pro $\forall\, \vec{a}, \vec{b} \in \mathbb{R}^n$ $\vec{a} = (a_1, a_2, \ldots, a_n)$, $\vec{b} = (b_1, b_2, \ldots, b_n)$ je součtem prvků $\vec{a}, \vec{b}$ vektor

$$\vec{a} + \vec{b} = (a_1 + b_1, a_2 + b_2, \ldots, a_n + b_n) \in \mathbb{R}^n.$$

Pro $\forall\, \vec{a} \in \mathbb{R}^n$ a $\alpha \in \mathbb{R}$ je α-násobkem prvků $\vec{a}$ prvek

$$\alpha \cdot \vec{a} = (\alpha\, a_1, \alpha\, a_2, \ldots, \alpha\, a_n) \in \mathbb{R}^n.$$

Věta: Množina $\mathbb{R}^n$ spolu s operacemi $+$ a $\cdot$ tvoří lineární prostor.

Prostor $C(I)$

$C(I) = \{f : I \to \mathbb{R},\ f$ spojitá na $I\}$

Nechť $f, g \in C(I)$, potom

$$f + g = h,\ h \in C(I) \ \Leftrightarrow\ h(x) = f(x) + g(x),\ \forall\, x \in I.$$

Nechť $f \in C(I)$ a $\alpha \in \mathbb{R}$, potom

$$\alpha \cdot f = h,\ h \in C(I) \ \Leftrightarrow\ h(x) = \alpha \cdot f(x),\ \forall\, x \in I.$$

Věta: Množina $C(I)$ spolu s operacemi $+$ a $\cdot$ tvoří lineární prostor.

Prostor $C(I)$

$$C(I) = \{f : I \to \mathbb{R},\ f \text{ spojitá na } I\}$$

Nechť $f, g \in C(I)$, potom

$$f + g = h,\ h \in C(I) \iff h(x) = f(x) + g(x),\ \forall\, x \in I.$$

Nechť $f \in C(I)$ a $\alpha \in \mathbb{R}$, potom

$$\alpha \cdot f = h,\ h \in C(I) \iff h(x) = \alpha \cdot f(x),\ \forall\, x \in I.$$

Věta: Množina $C(I)$ spolu s operacemi $+$ a $\cdot$ tvoří lineární prostor.

Prostor $C(I)$

$$C(I) = \{f : I \to \mathbb{R},\ f \text{ spojitá na } I\}$$

Nechť $f, g \in C(I)$, potom

$$f + g = h,\ h \in C(I) \ \Leftrightarrow\ h(x) = f(x) + g(x),\ \forall\, x \in I.$$

Nechť $f \in C(I)$ a $\alpha \in \mathbb{R}$, potom

$$\alpha \cdot f = h,\ h \in C(I) \ \Leftrightarrow\ h(x) = \alpha \cdot f(x),\ \forall\, x \in I.$$

Věta: Množina $C(I)$ spolu s operacemi $+$ a $\cdot$ tvoří lineární prostor.

Prostor $C(I)$

$$C(I) = \{f : I \to \mathbb{R},\ f \text{ spojitá na } I\}$$

Nechť $f, g \in C(I)$, potom

$$f + g = h,\ h \in C(I) \ \Leftrightarrow\ h(x) = f(x) + g(x),\ \forall\, x \in I.$$

Nechť $f \in C(I)$ a $\alpha \in \mathbb{R}$, potom

$$\alpha \cdot f = h,\ h \in C(I) \ \Leftrightarrow\ h(x) = \alpha \cdot f(x),\ \forall\, x \in I.$$

Věta: Množina $C(I)$ spolu s operacemi $+$ a $\cdot$ tvoří lineární prostor.

Prostor $C(I)$

$C(I) = \{f : I \;\rightarrow\; \mathbb{R},\; f$ spojitá na $I\}$

Nechť $f, g \in C(I)$, potom

$$f + g = h,\; h \in C(I) \;\Leftrightarrow\; h(x) = f(x) + g(x),\; \forall\, x \in I.$$

Nechť $f \in C(I)$ a $\alpha \in \mathbb{R}$, potom

$$\alpha \cdot f = h,\; h \in C(I) \;\Leftrightarrow\; h(x) = \alpha \cdot f(x),\; \forall\, x \in I.$$

Věta: Množina $C(I)$ spolu s operacemi $+$ a $\cdot$ tvoří lineární prostor.

Lineární nezávislost

Definice: Nechť V je lineární prostor, $\boldsymbol{a}_1, \ldots, \boldsymbol{a}_k \in V$ a $\alpha_1, \ldots, \alpha_k \in \mathbb{R}$, pak prvek

$$\alpha_1 \boldsymbol{a}_1 + \alpha_2 \boldsymbol{a}_2 + \cdots + \alpha_k \boldsymbol{a}_k = \sum_{i=1}^{k} \alpha_i \boldsymbol{a}_i$$

nazýváme lineární kombinací prvků $\boldsymbol{a}_1, \ldots, \boldsymbol{a}_k$ a čísla $\alpha_1, \ldots, \alpha_k$ koeficienty této lineární kombinace.
Jsou-li všechna čísla $\alpha_i = 0,\ i = 1, \ldots, k$ nazýváme lineární kombinaci triviální Je-li alespoň jedno $\alpha_i \neq 0$ nazýváme lineární kombinaci netriviální

Definice: Nechť V je lineární prostor. Systém prvků $\boldsymbol{a}_1, \ldots, \boldsymbol{a}_k \in V$ nazýváme lineárně nezávislý (LN), jestliže pouze triviální kombinace těchto prvků je rovna nulovému prvku $\boldsymbol{o}$.
Systém prvků $\boldsymbol{a}_1, \ldots, \boldsymbol{a}_k \in V$ nazýváme lineárně závislý (LZ), jestliže existuje alespoň jedna netriviální kombinace těchto prvků, která je rovna nulovému prvku $\boldsymbol{o}$.

Lineární nezávislost

Definice: Nechť V je lineární prostor, $\boldsymbol{a}_1, \ldots, \boldsymbol{a}_k \in V$ a $\alpha_1, \ldots, \alpha_k \in \mathbb{R}$, pak prvek

$$\alpha_1 \boldsymbol{a}_1 + \alpha_2 \boldsymbol{a}_2 + \cdots + \alpha_k \boldsymbol{a}_k = \sum_{i=1}^{k} \alpha_i \boldsymbol{a}_i$$

nazýváme lineární kombinací prvků $\boldsymbol{a}_1, \ldots, \boldsymbol{a}_k$ a čísla $\alpha_1, \ldots, \alpha_k$ koeficienty této lineární kombinace.

Jsou-li všechna čísla $\alpha_i = 0, \; i = 1, \ldots, k$ nazýváme lineární kombinaci triviální Je-li alespoň jedno $\alpha_i \neq 0$ nazýváme lineární kombinaci netriviální

Definice: Nechť V je lineární prostor. Systém prvků $\boldsymbol{a}_1, \ldots, \boldsymbol{a}_k \in V$ nazýváme lineárně nezávislý (LN), jestliže pouze triviální kombinace těchto prvků je rovna nulovému prvku $\boldsymbol{o}$.

Systém prvků $\boldsymbol{a}_1, \ldots, \boldsymbol{a}_k \in V$ nazýváme lineárně závislý (LZ), jestliže existuje alespoň jedna netriviální kombinace těchto prvků, která je rovna nulovému prvku $\boldsymbol{o}$.

Lineární nezávislost

Definice: Nechť V je lineární prostor, $\boldsymbol{a}_1, \ldots, \boldsymbol{a}_k \in V$ a $\alpha_1, \ldots, \alpha_k \in \mathbb{R}$, pak prvek

$$\alpha_1 \boldsymbol{a}_1 + \alpha_2 \boldsymbol{a}_2 + \cdots + \alpha_k \boldsymbol{a}_k = \sum_{i=1}^{k} \alpha_i \boldsymbol{a}_i$$

nazýváme lineární kombinací prvků $\boldsymbol{a}_1, \ldots, \boldsymbol{a}_k$ a čísla $\alpha_1, \ldots, \alpha_k$ koeficienty této lineární kombinace.
Jsou-li všechna čísla $\alpha_i = 0,\ i = 1, \ldots, k$ nazýváme lineární kombinaci triviální Je-li alespoň jedno $\alpha_i \neq 0$ nazýváme lineární kombinaci netriviální

Definice: Nechť V je lineární prostor. Systém prvků $\boldsymbol{a}_1, \ldots, \boldsymbol{a}_k \in V$ nazýváme lineárně nezávislý (LN), jestliže pouze triviální kombinace těchto prvků je rovna nulovému prvku $\boldsymbol{o}$.
Systém prvků $\boldsymbol{a}_1, \ldots, \boldsymbol{a}_k \in V$ nazýváme lineárně závislý (LZ), jestliže existuje alespoň jedna netriviální kombinace těchto prvků, která je rovna nulovému prvku $\boldsymbol{o}$.

Lineární nezávislost

Definice: Nechť V je lineární prostor, $\boldsymbol{a}_1, \ldots, \boldsymbol{a}_k \in V$ a $\alpha_1, \ldots, \alpha_k \in \mathbb{R}$, pak prvek

$$\alpha_1 \boldsymbol{a}_1 + \alpha_2 \boldsymbol{a}_2 + \cdots + \alpha_k \boldsymbol{a}_k = \sum_{i=1}^{k} \alpha_i \boldsymbol{a}_i$$

nazýváme lineární kombinací prvků $\boldsymbol{a}_1, \ldots, \boldsymbol{a}_k$ a čísla $\alpha_1, \ldots, \alpha_k$ koeficienty této lineární kombinace.
Jsou-li všechna čísla $\alpha_i = 0,\ i = 1, \ldots, k$ nazýváme lineární kombinaci triviální Je-li alespoň jedno $\alpha_i \neq 0$ nazýváme lineární kombinaci netriviální

Definice: Nechť V je lineární prostor. Systém prvků $\boldsymbol{a}_1, \ldots, \boldsymbol{a}_k \in V$ nazýváme lineárně nezávislý (LN), jestliže pouze triviální kombinace těchto prvků je rovna nulovému prvku $\boldsymbol{o}$.
Systém prvků $\boldsymbol{a}_1, \ldots, \boldsymbol{a}_k \in V$ nazýváme lineárně závislý (LZ), jestliže existuje alespoň jedna netriviální kombinace těchto prvků, která je rovna nulovému prvku $\boldsymbol{o}$.

Lineární nezávislost

Definice: Nechť V je lineární prostor, $\boldsymbol{a}_1, \ldots, \boldsymbol{a}_k \in V$ a $\alpha_1, \ldots, \alpha_k \in \mathbb{R}$, pak prvek

$$\alpha_1 \boldsymbol{a}_1 + \alpha_2 \boldsymbol{a}_2 + \cdots + \alpha_k \boldsymbol{a}_k \;=\; \sum_{i=1}^{k} \alpha_i \boldsymbol{a}_i$$

nazýváme lineární kombinací prvků $\boldsymbol{a}_1, \ldots, \boldsymbol{a}_k$ a čísla $\alpha_1, \ldots, \alpha_k$ koeficienty této lineární kombinace.
Jsou-li všechna čísla $\alpha_i = 0,\; i = 1, \ldots, k$ nazýváme lineární kombinaci triviální Je-li alespoň jedno $\alpha_i \neq 0$ nazýváme lineární kombinaci netriviální

Definice: Nechť V je lineární prostor. Systém prvků $\boldsymbol{a}_1, \ldots, \boldsymbol{a}_k \in V$ nazýváme lineárně nezávislý (LN), jestliže pouze triviální kombinace těchto prvků je rovna nulovému prvku $\boldsymbol{o}$.
Systém prvků $\boldsymbol{a}_1, \ldots, \boldsymbol{a}_k \in V$ nazýváme lineárně závislý (LZ), jestliže existuje alespoň jedna netriviální kombinace těchto prvků, která je rovna nulovému prvku $\boldsymbol{o}$.

Lineární nezávislost

Definice: Nechť V je lineární prostor, $\boldsymbol{a}_1, \ldots, \boldsymbol{a}_k \in V$ a $\alpha_1, \ldots, \alpha_k \in \mathbb{R}$, pak prvek

$$\alpha_1 \boldsymbol{a}_1 + \alpha_2 \boldsymbol{a}_2 + \cdots + \alpha_k \boldsymbol{a}_k = \sum_{i=1}^{k} \alpha_i \boldsymbol{a}_i$$

nazýváme lineární kombinací prvků $\boldsymbol{a}_1, \ldots, \boldsymbol{a}_k$ a čísla $\alpha_1, \ldots, \alpha_k$ koeficienty této lineární kombinace.
Jsou-li všechna čísla $\alpha_i = 0,\ i = 1, \ldots, k$ nazýváme lineární kombinaci triviální Je-li alespoň jedno $\alpha_i \neq 0$ nazýváme lineární kombinaci netriviální

Definice: Nechť V je lineární prostor. Systém prvků $\boldsymbol{a}_1, \ldots, \boldsymbol{a}_k \in V$ nazýváme lineárně nezávislý (LN), jestliže pouze triviální kombinace těchto prvků je rovna nulovému prvku $\boldsymbol{o}$.
Systém prvků $\boldsymbol{a}_1, \ldots, \boldsymbol{a}_k \in V$ nazýváme lineárně závislý (LZ), jestliže existuje alespoň jedna netriviální kombinace těchto prvků, která je rovna nulovému prvku $\boldsymbol{o}$.

Vlastnosti lineárně nezávislých prvků

Věta: Nechť V je lineární prostor.

- Prvky $\boldsymbol{a}_1, \ldots, \boldsymbol{a}_k \in V$ jsou LN $\Leftrightarrow$ žádný z prvků $\boldsymbol{a}_i$ nelze vyjádřit jako lineární kombinace ostatních prvků.
- Prvky $\boldsymbol{a}_1, \ldots, \boldsymbol{a}_k \in V$ jsou LZ $\Leftrightarrow$ některý z prvků $\boldsymbol{a}_i$ lze vyjádřit jako lineární kombinace ostatních prvků.

Věta: Nechť V je lineární prostor a $\boldsymbol{a}_1, \ldots, \boldsymbol{a}_k \in V$ je systém prvků. Potom platí:
Přičteme-li k nějakému prvku $\boldsymbol{a}_i$ lineární kombinaci ostatních prvků, pak se LZ nebo LN tohoto systému nezmění.

Vlastnosti lineárně nezávislých prvků

Věta: Nechť V je lineární prostor.

- Prvky $\boldsymbol{a}_1, \dots, \boldsymbol{a}_k \in V$ jsou LN $\Leftrightarrow$ žádný z prvků $\boldsymbol{a}_i$ nelze vyjádřit jako lineární kombinace ostatních prvků.
- Prvky $\boldsymbol{a}_1, \dots, \boldsymbol{a}_k \in V$ jsou LZ $\Leftrightarrow$ některý z prvků $\boldsymbol{a}_i$ lze vyjádřit jako lineární kombinace ostatních prvků.

Věta: Nechť V je lineární prostor a $\boldsymbol{a}_1, \dots, \boldsymbol{a}_k \in V$ je systém prvků. Potom platí:
Přičteme-li k nějakému prvku $\boldsymbol{a}_i$ lineární kombinaci ostatních prvků, pak se LZ nebo LN tohoto systému nezmění.

Vlastnosti lineárně nezávislých prvků

Věta: Nechť V je lineární prostor.

- Prvky $\boldsymbol{a}_1, \dots, \boldsymbol{a}_k \in V$ jsou LN $\Leftrightarrow$ žádný z prvků $\boldsymbol{a}_i$ nelze vyjádřit jako lineární kombinace ostatních prvků.
- Prvky $\boldsymbol{a}_1, \dots, \boldsymbol{a}_k \in V$ jsou LZ $\Leftrightarrow$ některý z prvků $\boldsymbol{a}_i$ lze vyjádřit jako lineární kombinace ostatních prvků.

Věta: Nechť V je lineární prostor a $\boldsymbol{a}_1, \dots, \boldsymbol{a}_k \in V$ je systém prvků. Potom platí:
Přičteme-li k nějakému prvku $\boldsymbol{a}_i$ lineární kombinaci ostatních prvků, pak se LZ nebo LN tohoto systému nezmění.

Vlastnosti lineárně nezávislých prvků

Věta: Nechť V je lineární prostor.

- Prvky $\boldsymbol{a}_1, \ldots, \boldsymbol{a}_k \in V$ jsou LN $\Leftrightarrow$ žádný z prvků $\boldsymbol{a}_i$ nelze vyjádřit jako lineární kombinace ostatních prvků.
- Prvky $\boldsymbol{a}_1, \ldots, \boldsymbol{a}_k \in V$ jsou LZ $\Leftrightarrow$ některý z prvků $\boldsymbol{a}_i$ lze vyjádřit jako lineární kombinace ostatních prvků.

Věta: Nechť V je lineární prostor a $\boldsymbol{a}_1, \ldots, \boldsymbol{a}_k \in V$ je systém prvků. Potom platí:
Přičteme-li k nějakému prvku $\boldsymbol{a}_i$ lineární kombinaci ostatních prvků, pak se LZ nebo LN tohoto systému nezmění.

Vlastnosti lineárně nezávislých prvků

Věta: Nechť V je lineární prostor.

- Prvky $\boldsymbol{a}_1, \ldots, \boldsymbol{a}_k \in V$ jsou LN $\Leftrightarrow$ žádný z prvků $\boldsymbol{a}_i$ nelze vyjádřit jako lineární kombinace ostatních prvků.
- Prvky $\boldsymbol{a}_1, \ldots, \boldsymbol{a}_k \in V$ jsou LZ $\Leftrightarrow$ některý z prvků $\boldsymbol{a}_i$ lze vyjádřit jako lineární kombinace ostatních prvků.

Věta: Nechť V je lineární prostor a $\boldsymbol{a}_1, \ldots, \boldsymbol{a}_k \in V$ je systém prvků. Potom platí:
Přičteme-li k nějakému prvku $\boldsymbol{a}_i$ lineární kombinaci ostatních prvků, pak se LZ nebo LN tohoto systému nezmění.

Vlastnosti lineárně nezávislých prvků

Věta: Nechť V je lineární prostor.

- Prvky $\boldsymbol{a}_1, \ldots, \boldsymbol{a}_k \in V$ jsou LN $\Leftrightarrow$ žádný z prvků $\boldsymbol{a}_i$ nelze vyjádřit jako lineární kombinace ostatních prvků.
- Prvky $\boldsymbol{a}_1, \ldots, \boldsymbol{a}_k \in V$ jsou LZ $\Leftrightarrow$ některý z prvků $\boldsymbol{a}_i$ lze vyjádřit jako lineární kombinace ostatních prvků.

Věta: Nechť V je lineární prostor a $\boldsymbol{a}_1, \ldots, \boldsymbol{a}_k \in V$ je systém prvků. Potom platí:
Přičteme-li k nějakému prvku $\boldsymbol{a}_i$ lineární kombinaci ostatních prvků, pak se LZ nebo LN tohoto systému nezmění.

Báze a dimenze lineárního prostoru

Definice: Nechť V je lineární prostor. Říkáme, že prvky $\boldsymbol{a}_1, \dots, \boldsymbol{a}_k \in V$ tvoří bázi prostoru V jestliže platí

(i) $\boldsymbol{a}_1, \boldsymbol{a}_2, \dots, \boldsymbol{a}_k \in V$ jsou LN

(ii) $\forall\, \boldsymbol{b} \in V\ \exists\, \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_k \in \mathbb{R}$ takové, že

$$\boldsymbol{b} = \alpha_1 \boldsymbol{a}_1 + \alpha_2 \boldsymbol{a}_2 + \dots + \alpha_k \boldsymbol{a}_k.$$

Poznámka: Jestliže prvky $\boldsymbol{a}_1, \dots, \boldsymbol{a}_k$ tvoří bázi prostoru V, říkáme, že prvky $\boldsymbol{a}_1, \dots, \boldsymbol{a}_k$ generují (vytvářejí) prostor V.

Definice: Jestliže báze obsahuje právě k prvků, potom říkáme, že dimenze lineárního prostoru V je k a píšeme

$$\dim V = k$$

Báze a dimenze lineárního prostoru

Definice: Nechť V je lineární prostor. Říkáme, že prvky $\boldsymbol{a}_1, \ldots, \boldsymbol{a}_k \in V$ tvoří bázi prostoru V jestliže platí

(i) $\boldsymbol{a}_1, \boldsymbol{a}_2, \ldots, \boldsymbol{a}_k \in V$ jsou LN

(ii) $\forall\, \boldsymbol{b} \in V\ \exists\, \alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_k \in \mathbb{R}$ takové, že

$$\boldsymbol{b} = \alpha_1 \boldsymbol{a}_1 + \alpha_2 \boldsymbol{a}_2 + \cdots + \alpha_k \boldsymbol{a}_k.$$

Poznámka: Jestliže prvky $\boldsymbol{a}_1, \ldots, \boldsymbol{a}_k$ tvoří bázi prostoru V, říkáme, že prvky $\boldsymbol{a}_1, \ldots, \boldsymbol{a}_k$ generují (vytvářejí) prostor V.

Definice: Jestliže báze obsahuje právě k prvků, potom říkáme, že dimenze lineárního prostoru V je k a píšeme

$$\dim V = k$$

Báze a dimenze lineárního prostoru

Definice: Nechť V je lineární prostor. Říkáme, že prvky $\boldsymbol{a}_1, \dots, \boldsymbol{a}_k \in V$ tvoří bázi prostoru V jestliže platí

(i) $\boldsymbol{a}_1, \boldsymbol{a}_2, \dots, \boldsymbol{a}_k \in V$ jsou LN

(ii) $\forall\, \boldsymbol{b} \in V\ \exists\, \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_k \in \mathbb{R}$ takové, že

$$\boldsymbol{b} = \alpha_1 \boldsymbol{a}_1 + \alpha_2 \boldsymbol{a}_2 + \cdots + \alpha_k \boldsymbol{a}_k.$$

Poznámka: Jestliže prvky $\boldsymbol{a}_1, \dots, \boldsymbol{a}_k$ tvoří bázi prostoru V, říkáme, že prvky $\boldsymbol{a}_1, \dots, \boldsymbol{a}_k$ generují (vytvářejí) prostor V.

Definice: Jestliže báze obsahuje právě k prvků, potom říkáme, že dimenze lineárního prostoru V je k a píšeme

$$\dim V = k$$

Báze a dimenze lineárního prostoru

Definice: Nechť V je lineární prostor. Říkáme, že prvky $\boldsymbol{a}_1, \ldots, \boldsymbol{a}_k \in V$ tvoří bázi prostoru V jestliže platí

(i) $\boldsymbol{a}_1, \boldsymbol{a}_2, \ldots, \boldsymbol{a}_k \in V$ jsou LN

(ii) $\forall\, \boldsymbol{b} \in V\ \exists\, \alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_k \in \mathbb{R}$ takové, že

$$\boldsymbol{b} = \alpha_1 \boldsymbol{a}_1 + \alpha_2 \boldsymbol{a}_2 + \cdots + \alpha_k \boldsymbol{a}_k.$$

Poznámka: Jestliže prvky $\boldsymbol{a}_1, \ldots, \boldsymbol{a}_k$ tvoří bázi prostoru V, říkáme, že prvky $\boldsymbol{a}_1, \ldots, \boldsymbol{a}_k$ generují (vytvářejí) prostor V.

Definice: Jestliže báze obsahuje právě k prvků, potom říkáme, že dimenze lineárního prostoru V je k a píšeme

$$\dim V = k$$

Podprostor lineárního prostoru

Definice: Nechť V je lineární prostor. Podmnožinu $V_1 \subset V$ nazveme podprostorem lineárního prostoru V, jestliže platí

(i) $\boldsymbol{o} \in V_1$

(ii) $\forall\, \boldsymbol{a}, \boldsymbol{b} \in V_1 \;\Rightarrow\; \boldsymbol{a} + \boldsymbol{b} \in V_1$

(iii) $\forall\, \boldsymbol{a} \in V_1$ a $\alpha \in \mathbb{R} \;\Rightarrow\; \alpha \cdot \boldsymbol{a} \in V_1$.

Poznámka: Nechť V je lineární prostor. Existují dva triviální podprostory lineárního prostoru V:

$$V_1 = \{\boldsymbol{o}\},\; V_2 = V.$$

Věta: Nechť V je lineární prostor a $V_1 \subset V$ a zároveň $V_1 \neq V$. Potom platí

$$\dim V_1 < \dim V.$$

Podprostor lineárního prostoru

Definice: Nechť V je lineární prostor. Podmnožinu $V_1 \subset V$ nazveme podprostorem lineárního prostoru V, jestliže platí

(i) $\boldsymbol{o} \in V_1$

(ii) $\forall\, \boldsymbol{a}, \boldsymbol{b} \in V_1 \;\Rightarrow\; \boldsymbol{a} + \boldsymbol{b} \in V_1$

(iii) $\forall\, \boldsymbol{a} \in V_1$ a $\alpha \in \mathbb{R} \;\Rightarrow\; \alpha \cdot \boldsymbol{a} \in V_1$.

Poznámka: Nechť V je lineární prostor. Existují dva triviální podprostory lineárního prostoru V:

$$V_1 = \{\boldsymbol{o}\},\; V_2 = V.$$

Věta: Nechť V je lineární prostor a $V_1 \subset V$ a zároveň $V_1 \neq V$. Potom platí

$$\dim V_1 < \dim V.$$

Podprostor lineárního prostoru

Definice: Nechť V je lineární prostor. Podmnožinu $V_1 \subset V$ nazveme podprostorem lineárního prostoru V, jestliže platí

(i) $\boldsymbol{o} \in V_1$

(ii) $\forall\, \boldsymbol{a}, \boldsymbol{b} \in V_1 \;\Rightarrow\; \boldsymbol{a} + \boldsymbol{b} \in V_1$

(iii) $\forall\, \boldsymbol{a} \in V_1$ a $\alpha \in \mathbb{R} \;\Rightarrow\; \alpha \cdot \boldsymbol{a} \in V_1$.

Poznámka: Nechť V je lineární prostor. Existují dva triviální podprostory lineárního prostoru V:

$$V_1 = \{\boldsymbol{o}\},\; V_2 = V.$$

Věta: Nechť V je lineární prostor a $V_1 \subset V$ a zároveň $V_1 \neq V$. Potom platí

$$\dim V_1 < \dim V.$$

Podprostor lineárního prostoru

Definice: Nechť V je lineární prostor. Podmnožinu $V_1 \subset V$ nazveme podprostorem lineárního prostoru V, jestliže platí

(i) $\boldsymbol{o} \in V_1$

(ii) $\forall\, \boldsymbol{a}, \boldsymbol{b} \in V_1 \;\Rightarrow\; \boldsymbol{a} + \boldsymbol{b} \in V_1$

(iii) $\forall\, \boldsymbol{a} \in V_1$ a $\alpha \in \mathbb{R} \;\Rightarrow\; \alpha \cdot \boldsymbol{a} \in V_1$.

Poznámka: Nechť V je lineární prostor. Existují dva triviální podprostory lineárního prostoru V:

$$V_1 = \{\boldsymbol{o}\},\; V_2 = V.$$

Věta: Nechť V je lineární prostor a $V_1 \subset V$ a zároveň $V_1 \neq V$. Potom platí

$$\dim V_1 < \dim V.$$

Řešení algebraických lineárních rovnic jako podprostor prostoru $\mathbb{R}^n$

Věta: Je dána soustava homogenních lineárních rovnic $A\vec{x} = \vec{0}$, kde A je matice typu (m, n). Pak všechna řešení této soustavy tvoří podprostor lineárního prostoru $\mathbb{R}^n$ dimenze $n - \mathrm{h}(A)$.
Naopak každý podprostor prostoru $\mathbb{R}^n$ je množina všech řešení nějaké homogenní soustavy lineárních algebraických rovnic o n neznámých.

Řešení algebraických lineárních rovnic jako podprostor prostoru $\mathbb{R}^n$

Věta: Je dána soustava homogenních lineárních rovnic $A\vec{x} = \vec{0}$, kde A je matice typu (m, n). Pak všechna řešení této soustavy tvoří podprostor lineárního prostoru $\mathbb{R}^n$ dimenze $n - \mathrm{h}(A)$.
Naopak každý podprostor prostoru $\mathbb{R}^n$ je množina všech řešení nějaké homogenní soustavy lineárních algebraických rovnic o n neznámých.

Řešení algebraických lineárních rovnic jako podprostor prostoru $\mathbb{R}^n$

Věta: Je dána soustava homogenních lineárních rovnic $A\vec{x} = \vec{0}$, kde A je matice typu (m, n). Pak všechna řešení této soustavy tvoří podprostor lineárního prostoru $\mathbb{R}^n$ dimenze $n - \mathrm{h}(A)$.
Naopak každý podprostor prostoru $\mathbb{R}^n$ je množina všech řešení nějaké homogenní soustavy lineárních algebraických rovnic o n neznámých.

Lineární prostor funkcí $C(I)$ a $C^n(I)$

Definice:

$C(I) \; = \{f$ je funkce spojitá na $I\}$

$C^n(I) = \{f$ je funkce, která má na I spojité derivace až do řádu $n\}$.

Platí:

$$C^n(I) \subset C(I) \text{ pro všechna } n \in \mathbb{N}.$$

Věta:

(i) $C(I)$ tvoří vzhledem k operacím sčítání funkcí a nasobení funkcí reálným číslem lineární prostor.

(ii) $C^n(I)$ je lineární podprostor prostoru $C(I)$.

Lineární prostor funkcí $C(I)$ a $C^n(I)$

Definice:

$C(I) \; = \{f$ je funkce spojitá na $I\}$

$C^n(I) = \{f$ je funkce, která má na I spojité derivace až do řádu $n\}$.

Platí:

$$C^n(I) \subset C(I) \text{ pro všechna } n \in \mathbb{N}.$$

Věta:

(i) $C(I)$ tvoří vzhledem k operacím sčítání funkcí a nasobení funkcí reálným číslem lineární prostor.

(ii) $C^n(I)$ je lineární podprostor prostoru $C(I)$.

Lineární prostor funkcí $C(I)$ a $C^n(I)$

Definice:

$$C(I) = \{f \text{ je funkce spojitá na } I\}$$

$$C^n(I) = \{f \text{ je funkce, která má na } I \text{ spojité derivace až do řádu } n\}.$$

Platí:

$$C^n(I) \subset C(I) \text{ pro všechna } n \in \mathbb{N}.$$

Věta:

(i) $C(I)$ tvoří vzhledem k operacím sčítání funkcí a nasobení funkcí reálným číslem lineární prostor.

(ii) $C^n(I)$ je lineární podprostor prostoru $C(I)$.

Lineární prostor funkcí $C(I)$ a $C^n(I)$

Definice:

$C(I) \;= \{f \text{ je funkce spojitá na } I\}$

$C^n(I) = \{f \text{ je funkce, která má na } I \text{ spojité derivace až do řádu } n\}.$

Platí:

$$C^n(I) \subset C(I) \text{ pro všechna } n \in \mathbb{N}.$$

Věta:

(i) $C(I)$ tvoří vzhledem k operacím sčítání funkcí a nasobení funkcí reálným číslem lineární prostor.

(ii) $C^n(I)$ je lineární podprostor prostoru $C(I)$.

Lineární prostor funkcí $C(I)$ a $C^n(I)$

Definice:

$C(I) \; = \{f \text{ je funkce spojitá na } I\}$

$C^n(I) = \{f \text{ je funkce, která má na } I \text{ spojité derivace až do řádu } n\}.$

Platí:

$$C^n(I) \subset C(I) \text{ pro všechna } n \in \mathbb{N}.$$

Věta:

(i) $C(I)$ tvoří vzhledem k operacím sčítání funkcí a nasobení funkcí reálným číslem lineární prostor.

(ii) $C^n(I)$ je lineární podprostor prostoru $C(I)$.

Lineární závislost a nezávislost funkcí

1. Funkce $f_1, f_2, \dots, f_k \in C^n(I)$ jsou lineárně nezávislé, jestliže platí
$$\alpha_1 f_1(x) + \dots + \alpha_k f_k(x) = 0 \ \forall\, x \in I \ \Rightarrow \ \alpha_1 = \alpha_2 = \dots = \alpha_k = 0.$$

2. Funkce $f_1, f_2, \dots, f_k \in C^n(I)$ jsou lineárně závislé, jestliže $\exists \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_k \in \mathbb{R}$, z nichž alespoň jedno je různé od nuly, taková, že
$$\alpha_1 f_1(x) + \alpha_2 f_2(x) + \dots + \alpha_k f_k(x) = 0 \ \forall\, x \in I.$$

Definice: Wronského determinant (Wronskián) funkcí $f_1, f_2, \dots, f_k \in C^{k-1}(I)$ je detrminant

$$W_{f_1, f_2, \dots, f_k}(x) = \det \begin{pmatrix} f_1(x) & f_2(x) & \cdots & f_k(x) \\ f_1'(x) & f_2'(x) & \cdots & f_k'(x) \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ f_1^{(k-1)} & f_2^{(k-1)} & \dots & f_k^{(k-1)} \end{pmatrix}$$

Lineární závislost a nezávislost funkcí

1. Funkce $f_1, f_2, \dots, f_k \in C^n(I)$ jsou lineárně nezávislé, jestliže platí
$$\alpha_1 f_1(x) + \cdots + \alpha_k f_k(x) = 0 \;\forall\, x \in I \;\Rightarrow\; \alpha_1 = \alpha_2 = \cdots = \alpha_k = 0.$$

2. Funkce $f_1, f_2, \dots, f_k \in C^n(I)$ jsou lineárně závislé, jestliže $\exists \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_k \in \mathbb{R}$, z nichž alespoň jedno je různé od nuly, taková, že
$$\alpha_1 f_1(x) + \alpha_2 f_2(x) + \cdots + \alpha_k f_k(x) = 0 \;\forall\, x \in I.$$

Definice: Wronského determinant (Wronskián) funkcí $f_1, f_2, \dots, f_k \in C^{k-1}(I)$ je detrminant

$$W_{f_1, f_2, \dots, f_k}(x) = \det \begin{pmatrix} f_1(x) & f_2(x) & \cdots & f_k(x) \\ f_1'(x) & f_2'(x) & \cdots & f_k'(x) \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ f_1^{(k-1)} & f_2^{(k-1)} & \dots & f_k^{(k-1)} \end{pmatrix}$$

Lineární závislost a nezávislost funkcí

1. Funkce $f_1, f_2, \ldots, f_k \in C^n(I)$ jsou lineárně nezávislé, jestliže platí
$$\alpha_1 f_1(x) + \cdots + \alpha_k f_k(x) = 0 \ \forall\, x \in I \ \Rightarrow \ \alpha_1 = \alpha_2 = \cdots = \alpha_k = 0.$$

2. Funkce $f_1, f_2, \ldots, f_k \in C^n(I)$ jsou lineárně závislé, jestliže $\exists \alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_k \in \mathbb{R}$, z nichž alespoň jedno je různé od nuly, taková, že
$$\alpha_1 f_1(x) + \alpha_2 f_2(x) + \cdots + \alpha_k f_k(x) = 0 \ \forall\, x \in I.$$

Definice: Wronského determinant (Wronskián) funkcí $f_1, f_2, \ldots, f_k \in C^{k-1}(I)$ je detrminant

$$W_{f_1, f_2, \ldots, f_k}(x) = \det \begin{pmatrix} f_1(x) & f_2(x) & \cdots & f_k(x) \\ f_1'(x) & f_2'(x) & \cdots & f_k'(x) \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ f_1^{(k-1)} & f_2^{(k-1)} & \cdots & f_k^{(k-1)} \end{pmatrix}$$

Lineární závislost a nezávislost funkcí

1. Funkce $f_1, f_2, \dots, f_k \in C^n(I)$ jsou lineárně nezávislé, jestliže platí
$$\alpha_1 f_1(x) + \dots + \alpha_k f_k(x) = 0 \ \forall \, x \in I \ \Rightarrow \ \alpha_1 = \alpha_2 = \dots = \alpha_k = 0.$$

2. Funkce $f_1, f_2, \dots, f_k \in C^n(I)$ jsou lineárně závislé, jestliže $\exists \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_k \in \mathbb{R}$, z nichž alespoň jedno je různé od nuly, taková, že
$$\alpha_1 f_1(x) + \alpha_2 f_2(x) + \dots + \alpha_k f_k(x) = 0 \ \forall \, x \in I.$$

Definice: Wronského determinant (Wronskián) funkcí $f_1, f_2, \dots, f_k \in C^{k-1}(I)$ je detrminant

$$W_{f_1, f_2, \dots, f_k}(x) = \det \begin{pmatrix} f_1(x) & f_2(x) & \cdots & f_k(x) \\ f_1'(x) & f_2'(x) & \cdots & f_k'(x) \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ f_1^{(k-1)} & f_2^{(k-1)} & \dots & f_k^{(k-1)} \end{pmatrix}$$

Lineární závislost a nezávislost funkcí - 2

Věta: Nechť funkce $f_1, f_2, \ldots, f_k \in C^{k-1}(I)$.

1. Jsou-li funkce $f_1, f_2, \ldots, f_k$ lineárně závislé v $C(I)$, pak
$$W_{f_1,f_2,\ldots,f_k}(x) = 0 \ \forall x \in I.$$
2. Je-li $W_{f_1,f_2,\ldots,f_k}(x) \neq 0$ alespoň pro jedno $x \in I$, pak jsou funkce $f_1, f_2, \ldots, f_k$ lineárně nezávislé v $C(I)$.

Poznámka: Věta neplatí obráceně, tj. vyjde-li nám Wronskián roven nule pro všechna x, neplyne z toho, že systém je LZ!!!

Lineární závislost a nezávislost funkcí - 2

Věta: Nechť funkce $f_1, f_2, \ldots, f_k \in C^{k-1}(I)$.

1. Jsou-li funkce $f_1, f_2, \ldots, f_k$ lineárně závislé v $C(I)$, pak

$$W_{f_1, f_2, \ldots, f_k}(x) = 0 \ \forall x \in I.$$

2. Je-li $W_{f_1, f_2, \ldots, f_k}(x) \neq 0$ alespoň pro jedno $x \in I$, pak jsou funkce $f_1, f_2, \ldots, f_k$ lineárně nezávislé v $C(I)$.

Poznámka: Věta neplatí obráceně, tj. vyjde-li nám Wronskián roven nule pro všechna x, neplyne z toho, že systém je LZ!!!

Lineární závislost a nezávislost funkcí - 2

Věta: Nechť funkce $f_1, f_2, \dots, f_k \in C^{k-1}(I)$.

1. Jsou-li funkce $f_1, f_2, \dots, f_k$ lineárně závislé v $C(I)$, pak
$$W_{f_1,f_2,\dots,f_k}(x) \; = \; 0 \;\; \forall\, x \in I.$$
2. Je-li $W_{f_1,f_2,\dots,f_k}(x) \; \neq \; 0$ alespoň pro jedno $x \in I$, pak jsou funkce $f_1, f_2, \dots, f_k$ lineárně nezávislé v $C(I)$.

Poznámka: Věta neplatí obráceně, tj. vyjde-li nám Wronskián roven nule pro všechna x, neplyne z toho, že systém je LZ!!!

Lineární závislost a nezávislost funkcí - 2

Věta: Nechť funkce $f_1, f_2, \ldots, f_k \in C^{k-1}(I)$.

1. Jsou-li funkce $f_1, f_2, \ldots, f_k$ lineárně závislé v $C(I)$, pak
$$W_{f_1, f_2, \ldots, f_k}(x) = 0 \ \forall\, x \in I.$$
2. Je-li $W_{f_1, f_2, \ldots, f_k}(x) \neq 0$ alespoň pro jedno $x \in I$, pak jsou funkce $f_1, f_2, \ldots, f_k$ lineárně nezávislé v $C(I)$.

Poznámka: Věta neplatí obráceně, tj. vyjde-li nám Wronskián roven nule pro všechna x, neplyne z toho, že systém je LZ!!!

Lineární závislost a nezávislost funkcí - 2

Věta: Nechť funkce $f_1, f_2, \ldots, f_k \in C^{k-1}(I)$.

1. Jsou-li funkce $f_1, f_2, \ldots, f_k$ lineárně závislé v $C(I)$, pak

$$W_{f_1,f_2,\ldots,f_k}(x) \;=\; 0 \;\; \forall\, x \in I.$$

2. Je-li $W_{f_1,f_2,\ldots,f_k}(x) \;\neq\; 0$ alespoň pro jedno $x \in I$, pak jsou funkce $f_1, f_2, \ldots, f_k$ lineárně nezávislé v $C(I)$.

Poznámka: Věta neplatí obráceně, tj. vyjde-li nám Wronskián roven nule pro všechna x, neplyne z toho, že systém je LZ!!!