

Kapitola 1 - cvičení

Řešení odevzdat osobně nebo e-mailem do 3.10.2017.

1. Necht' $\Phi_\xi : t \mapsto \Phi(t, \xi)$, kde $\Phi(0, \xi) = \xi$ pro $\xi \in \mathbb{R}$, je řešením diferenciální rovnice $\dot{x} = t$. Je Φ tok?
2. Určete tok diferenciální rovnice $\dot{x} = x^p$ pro všechna $p \in \mathbb{N}$.
3. a) Ukažte, že $\varphi_t : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$, kde

$$\varphi_t(x, y) = \begin{pmatrix} \cos t & -\sin t \\ \sin t & \cos t \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix},$$

defnuje tok na \mathbb{R}^2 .

- b) Najděte systém diferenciálních rovnic, který má tok $\varphi(t, (x, y)) = \varphi_t(x, y)$.

4. Spočtete ω -limitní bod trajektorie γ_α systému $\begin{matrix} \dot{x} = x + y^2 \\ \dot{y} = -y \end{matrix}$ pro $\alpha = (-1, \sqrt{3})$.

5. Určete rovnovážné stavy systému

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= \frac{x_3}{1+x_3} - x_2 \alpha, \\ \dot{x}_2 &= \frac{x_1}{2+x_1}, \\ \dot{x}_3 &= -x_3 + x_2, \end{aligned}$$

kde α je reálný parametr.