DESite1[n, f, a, b, α1, α2, β1, β2, y1, y2, ϵ, y0, maxit]
Program DESite1 počítá řešení diferenciální rovnice druhého řádu
$y'' = f(x, y, y')$
na intervalu (a, b) s okrajovými podmínkami
$\alpha_1\ y(a) + \beta_1\ y'(a) = y_1$ a $\alpha_2\ y(b) + \beta_2\ y'(b) = y_2$
metodou sítí, nelineární algebraické rovnice jsou řešeny metodou postupných iterací.
n - počet bodů sítě
ϵ - požadovaná přesnost pro metodu postupných aproximací
y0 - vektor počáteční aproximace pro metodu postupných iterací.
maxit - maximální počet iterací

Výstupem je vektor uzlových bodů a přibližných hodnot funkce y v uzlových bodech sítě $\{\{x_1, y_1\} \ldots \{x_n, y_n\}\}$

DESite2[n, f, a, b, α1, α2, β1, β2, y1, y2, ϵ, y, maxit]
Program DESite2 počítá řešení diferenciální rovnice druhého řádu
$y'' = f(x, y, y')$
na intervalu (a, b) s okrajovými podmínkami
$\alpha_1\ y(a) + \beta_1\ y'(a) = y_1$ a $\alpha_2\ y(b) + \beta_2\ y'(b) = y_2$
metodou sítí, nelineární algebraické rovnice jsou řešeny Newtonovou metodou.
n - počet bodů sítě
ϵ - požadovaná přesnost pro metodu postupných aproximací
y0 - vektor počáteční aproximace pro Newtonovu metodu.
maxit - maximální počet iterací

Výstupem je vektor uzlových bodů a přibližných hodnot funkce y v uzlových bodech sítě $\{\{x_1, y_1\} \ldots \{x_n, y_n\}\}$

```
In[43]:= Get[FileNameJoin[{NotebookDirectory[], "TriDiagonalSolve.wl"}]]
```

Program DESite1: s využitím obecné iterace

```
In[44]:= DESite1[n_, f_, a_, b_, α1_, α2_, β1_, β2_, y1_, y2_, ϵ_, y0_, maxit_] := Module[
  {h, s, n, d1, d2, d3, p, q, F, y1, β, x, y2, i, j, yp, c, d},
  h = N[(b - a) / n];
  s = 99999999999;
  α = (h * h);
  β = 1 / (2 h);
  c = β1 β;
  d = β2 β;
  p = 1 / (α1 - 3 c);
  q = 1 / (α2 + 3 d);
  yp = Table[0, {i, 1, n + 1}];
  x = Table[a + (i - 1) h, {i, 1, n + 1}];
  d1 = Table[1, {i, 1, n - 1}];
  d2 = Table[-2, {i, 1, n - 1}];
  d3 = Table[1, {i, 1, n - 1}];
  d1[[1]] = 0;
  d2[[1]] = d2[[1]] - 4 p c;
  d3[[1]] = d3[[1]] + p c;
  d1[[n - 1]] = d1[[n - 1]] - q d;
  d2[[n - 1]] = d2[[n - 1]] + 4 q d;
  d3[[n - 1]] = 0;
  y1 = Table[y0[[i]], {i, 1, n + 1}];
  y1[[1]] = (y1 - 4 c * y1[[2]] + c y1[[3]]) * p;
  y1[[n + 1]] = (y2 + 4 d * y1[[n]] - d y1[[n - 1]]) * q;
  Print["Iterace = ", 0];
  Print["y=", y1];
  j = 0;
  While[s > ϵ && j < maxit,
   (F = Table[f[x[[i]], y1[[i]], β (y1[[i + 1]] - y1[[i - 1]])], {i, 2, n}];
    F[[1]] = F[[1]] - p y1;
    F[[n - 1]] = F[[n - 1]] - q y2;
    (* výpočet j-tá iterace y  *)
    y2 = TriDiagonalSolve[d1, d2, d3, F];
    For[i = 2, i ≤ n, i++, yp[[i]] = y2[[i - 1]]];
    (* výpočet krajních hodnot j-tá profilu *)
    yp[[1]] = (y2 - 4 c * yp[[2]] + c yp[[3]]) * p;
    yp[[n + 1]] = (y2 + 4 d * yp[[n]] - d yp[[n - 1]]) * q;
    s = Sqrt[Sum[(yp[[i]] - y1[[i]]) ^2, {i, 1, n + 1}] / Sum[(y1[[i]]) ^2, {i, 1, n + 1}]];
    For[i = 1, i ≤ n + 1, i++, y1[[i]] = yp[[i]];];
    j++;
   ); Print["Iterace = ", j,"     s = ", s];
   Print["y=", y1];
   ];
   If[j ≥ maxit, Print["Vyčerpán maximální počet iterací, počet iterací = ", j]];
   Table[{x[[i]], y1[[i]]}, {i, 1, n + 1}]
  ];
```

Příklad 1: Řešení diferenciální rovnice $y''=y^2$ s okrajovou podmínkou y(0)=1 a y(1)=1

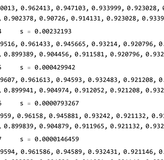
```
In[45]:= f[x_, y_, dy_] = y^2;

In[46]:= a = 0;
         b = 1;
         α1 = 1;
         α2 = 1;
         β1 = 0;
         β2 = 0;
         y1 = 1;
         y2 = 1;
         ϵ = 0.00001;
         n = 20;
         y0 = Table[N[Exp[-(i - 1) / n] (+Exp[1] + Exp[2 (i - 1) / n]) / (1 + Exp[1])], {i, 1, n + 1}];
         y0 = Table[0.5, {i, 1, n + 1}];
         y0[[1]] = 1.0;
         y0[[n + 1]] = 1.0;

In[60]:= yres = DESite1[n, f, a, b, α1, α2, β1, β2, y1, y2, ϵ, y0, 10];
         iterace =  0
         y={1., 0.5, 0.5, 0.5, 0.5, 0.5, 0.5, 0.5, 0.5, 0.5, 0.5, 0.5, 0.5, 0.5, 0.5, 0.5, 0.5, 0.5, 0.5, 0.5, 0.5, 1.}
         iterace = 1     s = 0.802292
         y={1., 0.994063, 0.98875, 0.984063, 0.98, 0.976563, 0.97375, 0.971563, 0.97, 0.969063,
          0.96875, 0.969063, 0.97, 0.971563, 0.97375, 0.976563, 0.98, 0.984063, 0.98875, 0.994063, 1.}
         iterace = 2     s = 0.0636152
         y={1., 0.977276, 0.957022, 0.939213, 0.923824, 0.910837, 0.900234, 0.892001, 0.886128, 0.882607, 0.881434,
          0.882607, 0.886128, 0.892001, 0.900234, 0.910837, 0.923824, 0.939213, 0.957022, 0.977276, 1.}
         iterace = 3     s = 0.0127856
         y={1., 0.980013, 0.962413, 0.947103, 0.933999, 0.923028, 0.914131, 0.90726, 0.902378, 0.899459, 0.898488,
          0.899459, 0.902378, 0.90726, 0.914131, 0.923028, 0.933999, 0.947103, 0.962413, 0.980013, 1.}
         iterace = 4     s = 0.00232191
         y={1., 0.979516, 0.961433, 0.945665, 0.93214, 0.920796, 0.911581, 0.904456, 0.899389, 0.896357, 0.895348,
          0.896357, 0.899389, 0.904456, 0.911581, 0.920796, 0.93214, 0.945665, 0.961433, 0.979516, 1.}
         iterace = 5     s = 0.000429942
         y={1., 0.979607, 0.961613, 0.94593, 0.932483, 0.921208, 0.912052, 0.904974, 0.899941, 0.896931, 0.895929,
          0.896931, 0.899941, 0.904974, 0.912052, 0.921208, 0.932483, 0.94593, 0.961613, 0.979607, 1.}
         iterace = 6     s = 0.0000793267
         y={1., 0.97959, 0.96158, 0.945881, 0.93242, 0.921132, 0.911965, 0.904879, 0.899839, 0.896825, 0.895821,
          0.896825, 0.899839, 0.904879, 0.911965, 0.921132, 0.93242, 0.945881, 0.96158, 0.97959, 1.}
         iterace = 7     s = 0.0000146459
         y={1., 0.979594, 0.961586, 0.94589, 0.932431, 0.921146, 0.911981, 0.904896, 0.899858, 0.896844, 0.895841,
          0.896844, 0.899858, 0.904896, 0.911981, 0.921146, 0.932431, 0.94589, 0.961586, 0.979594, 1.}
         iterace = 8     s = 2.70369×10^-6
         y={1., 0.979593, 0.961585, 0.945889, 0.932429, 0.921143, 0.911978, 0.904893, 0.899855, 0.896841, 0.895838,
          0.896841, 0.899855, 0.904893, 0.911978, 0.921143, 0.932429, 0.945889, 0.961585, 0.979593, 1.}
```

Graf řešení $y(x)$

```
In[51]:= g1 = ListPlot[yres]
```



Out[51]=

Tabulka řešení $y(x)$

```
In[52]:= MatrixForm[yres]
```

$$\begin{pmatrix} 0. & 1. \\ 0.05 & 0.979593 \\ 0.1 & 0.961585 \\ 0.15 & 0.945889 \\ 0.2 & 0.932429 \\ 0.25 & 0.921143 \\ 0.3 & 0.911978 \\ 0.35 & 0.904893 \\ 0.4 & 0.899855 \\ 0.45 & 0.896841 \\ 0.5 & 0.895838 \\ 0.55 & 0.896841 \\ 0.6 & 0.899855 \\ 0.65 & 0.904893 \\ 0.7 & 0.911978 \\ 0.75 & 0.921143 \\ 0.8 & 0.932429 \\ 0.85 & 0.945889 \\ 0.9 & 0.961585 \\ 0.95 & 0.979593 \\ 1. & 1. \end{pmatrix}$$

Program DESite2: s využitím Newtonovy metody

Příklad 1: Řešení diferenciální rovnice $y''=y^2$ s okrajovou podmínkou y(0)=1 a y(1)=1

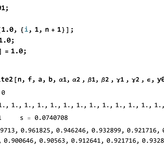
```
In[57]:= f[x_, y_, dy_] = y^2;

In[58]:= a = 0;
         b = 1;
         α1 = 1;
         α2 = 1;
         β1 = 0;
         β2 = 0;
         y1 = 1;
         y2 = 1;
         ϵ = 0.000001;
         n = 20;
         y0 = Table[1.0, {i, 1, n + 1}];
         y0[[1]] = 1.0;
         y0[[n + 1]] = 1.0;

In[61]:= yres = DESite2[n, f, a, b, α1, α2, β1, β2, y1, y2, ϵ, y0, 5];
         iterace =  0
         y={1., 1., 1., 1., 1., 1., 1., 1., 1., 1., 1., 1., 1., 1., 1., 1., 1., 1., 1., 1., 1.}
         iterace = 1     s = 0.0740708
         y={1., 0.979713, 0.961825, 0.946246, 0.932899, 0.921716, 0.912641, 0.90563, 0.900646, 0.897666, 0.896675,
          0.897666, 0.900646, 0.90563, 0.912641, 0.921716, 0.932899, 0.946246, 0.961825, 0.979713, 1.}
         iterace = 2     s = 0.000607364
         y={1., 0.979593, 0.961585, 0.945889, 0.93243, 0.921144, 0.911979, 0.904894, 0.899855, 0.896841, 0.895838,
          0.896841, 0.899855, 0.904894, 0.911979, 0.921144, 0.93243, 0.945889, 0.961585, 0.979593, 1.}
         iterace = 3     s = 3.66578×10^-8
         y={1., 0.979593, 0.961585, 0.945889, 0.93243, 0.921144, 0.911979, 0.904894, 0.899855, 0.896841, 0.895838,
          0.896841, 0.899855, 0.904894, 0.911979, 0.921144, 0.93243, 0.945889, 0.961585, 0.979593, 1.}
```

Graf řešení $y(x)$

```
In[62]:= ListPlot[yres]
```



Out[62]=

Tabulka řešení $y(x)$

```
In[63]:= MatrixForm[yres]
```

$$\begin{pmatrix} 0. & 1. \\ 0.05 & 0.979593 \\ 0.1 & 0.961585 \\ 0.15 & 0.945889 \\ 0.2 & 0.93243 \\ 0.25 & 0.921144 \\ 0.3 & 0.911979 \\ 0.35 & 0.904894 \\ 0.4 & 0.899855 \\ 0.45 & 0.896841 \\ 0.5 & 0.895838 \\ 0.55 & 0.896841 \\ 0.6 & 0.899855 \\ 0.65 & 0.904894 \\ 0.7 & 0.911979 \\ 0.75 & 0.921144 \\ 0.8 & 0.93243 \\ 0.85 & 0.945889 \\ 0.9 & 0.961585 \\ 0.95 & 0.979593 \\ 1. & 1. \end{pmatrix}$$