

Help
PDEParabExpl[n, m, k, a, b, g, e, f, α1, α2, β1, β2, γ1, γ2, φ]

Řešení parciální diferenciální rovnice parabolického typu

$$\frac{\partial}{\partial t} u = g(x, t) \frac{\partial^2}{\partial x^2} u + e(x, t) \frac{\partial}{\partial x} u + f(x, t, u), \quad x \in (a, b), t \geq 0$$

s okrajovými podmínkami :

$$\alpha_1 u(a, t) + \beta_1(t) \frac{\partial}{\partial x} u(a, t) = \gamma_1(t) \quad a \quad \alpha_2 u(b, t) + \beta_2(t) \frac{\partial}{\partial x} u(b, t) = \gamma_2(t)$$

a počáteční podmínkou : $u(x, 0) = \phi(x)$

n – počet bodů sítě v x, $x \in (a, b)$

m – počet bodů sítě v t

k – časový krok

```
PDEParabExpl[n_, m_, k_, a_, b_, g_, e_, f_, α1_, α2_, β1_, β2_, γ1_, γ2_, φ_] := Module[{i, j, h, α, β, d1, d2, d3, x, F, m1, n1, u0, u, res},
{
h = N[(b - a) / n];
m1 = m + 1;
n1 = n + 1;
α = N[k / (h * h)];
Print["α=", α];
β = N[k / (2 h)];
x = Table[a + (i - 1) h, {i, 1, n1}];
u = Table[0, {m1}, {n1}];
(* Profil u - 0 vrstva *)
For[i = 1, i ≤ n1, i++, u[[1, i]] = φ[x[[i]]]];
For[j = 1, j ≤ m, j++,
(* výpočet diagonál v matici A a pravé strany, u(j+1)=f(j)+Au(j) *)
d1 = Table[g[x[[i]], (j - 1) k] α - e[x[[i]], (j - 1) k] β, {i, 1, n1}];
d2 = Table[1 - 2 * α * g[x[[i]], (j - 1) k], {i, 1, n1}];
d3 = Table[g[x[[i]], (j - 1) k] α + e[x[[i]], (j - 1) k] β, {i, 1, n1}];
F = Table[k * f[x[[i]], (j - 1) k, u[[j, i]]], {i, 1, n1}];
For[i = 2, i ≤ n, i++,
(* výpočet profilu u - j+1 vrstva, tj. pro t=jk *)
u[[j + 1, i]] = F[[i]] + d1[[i]] * u[[j, i - 1]] + d3[[i]] * u[[j, i + 1]] + d2[[i]] * u[[j, i]];
(* výpočet okrajových podmínek - j+1 vrstva, tj. pro t=jk *)
u[[j + 1, 1]] = (γ1[j k] - β1[j k] / (2 h) (4 u[[j + 1, 2]] - u[[j + 1, 3]])) / (α1 - 3 β1[j k] / (2 h));
u[[j + 1, n1]] = (γ2[j k] + β2[j k] / (2 h) (4 u[[j + 1, n]] - u[[j + 1, n - 1]])) / (α2 + 3 β2[j k] / (2 h));
];
u
}
]
```

Příklad 1:

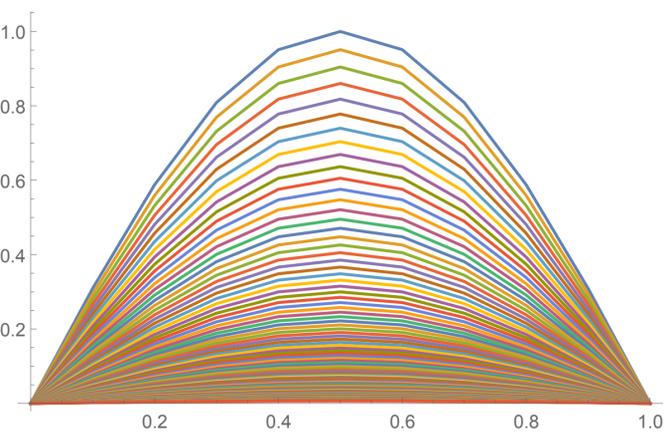
$$\frac{\partial}{\partial t} u = \frac{\partial^2}{\partial x^2} u \quad u(0, t) = 0, u(1, t) = 0, u(x, 0) = \sin(x\pi)$$

```
φ[x_] = Sin[Pi x];
α1 = 1;
β1[t_] = 0;
α2 = 1;
β2[t_] = 0;
γ1[t_] = 0;
γ2[t_] = 0;
g[x_, t_] = 1;
e[x_, t_] = 0;
f[x_, t_, u_] = 0;
n = 10;
m = 100;
k = 0.005;
T = k * m;
```

```
vys = PDEParabExpl[n, m, k, 0.0, 1.0, g, e, f, α1, α2, β1, β2, γ1, γ2, φ];
```

α=0.5

```
ListLinePlot[vys[[1]], PlotRange → All, DataRange → {0, 1}]
```



```
ListPlot3D[vys[[1]], PlotRange → All, DataRange → {{0, 1}, {0, T}}]
```

