Help

PDEParabImplPC[n, m, k, a, b, g, e, f, α1, α2, β1, β2, γ1, γ2, ϕ]

Řešení parciální diferenciální rovnice parabolického typu,

nelinearita je řešena metodou "predictor–corrector"

$$\frac{\partial}{\partial t}u = g(x,t)\frac{\partial^2}{\partial x^2}u + e(x,t)\frac{\partial}{\partial x}u + f(x,t,u),\quad x \in \langle a, b\rangle,\ t \geqslant 0$$

s okrajovými podmínkami :

$$\alpha_1 u(a,t) + \beta_1(t)\frac{\partial}{\partial x}u(a,t) = \gamma_1(t) \quad \text{a} \quad \alpha_2 u(b,t) + \beta_2(t)\frac{\partial}{\partial x}u(b,t) = \gamma_2(t)$$

a počáteční podmínkou : $u(x,0) = \phi(x)$

n - počet bodů sítě v x, x ∈ ⟨a,b⟩
m - počet bodů sítě v t
k - časový krok

```
PDEParabImplPC[n_, m_, k_, a_, b_, g_, e_, f_, α1_, α2_, β1_, β2_, γ1_, γ2_, ϕ_] := Module[{i, j, h, α, β, d1, d2, d3, up, x, F, m1, n1, u, res, p, r, q, s, pom, df, v},
  {
   h = N[(b - a) / n];
   m1 = m + 1;
   n1 = n + 1;
   α = N[k / (h * h)];
   β = N[k / (2 h)];
   df[x_, t_, u_] = D[f[x, t, u], u];
   x = Table[a + (i - 1) h, {i, 1, n1}];
   u = Table[0, {m1}, {n1}];
   v = Table[0, {n1}];
   (* výpočet profilu u - 0 vrstva *)
   For[i = 1, i ≤ n1, i++, u[[1, i]] = ϕ[x[[i]]]];
   For[j = 1, j ≤ m, j++,
    (* Výpočet pomocného profilu pomoci expl. metody - predictor*)
    d1 = Table[g[x[[i]], (j - 1) k] α - e[x[[i]], (j - 1) k] β, {i, 1, n1}];
    d2 = Table[1 - 2 * α * g[x[[i]], (j - 1) k], {i, 1, n1}];
    d3 = Table[g[x[[i]], (j - 1) k] α + e[x[[i]], (j - 1) k] β, {i, 1, n1}];
    F = Table[k * f[x[[i]], (j - 1) k, u[[j, i]]], {i, 1, n1}];
    For[i = 2, i ≤ n, i++,
        v[[i]] = F[[i]] + d1[[i]] * u[[j, i - 1]] + d3[[i]] * u[[j, i + 1]] + d2[[i]] * u[[j, i]]];
    (* Výpočet j+1-ního  profilu pomoci impl. metody - corrector*)
    (* Napočítání diagonál matice a pravé strany *)d1 = -Table[g[x[[i]], k * j] α - e[x[[i]], k * j] β, {i, 2, n}];
    d3 = -Table[g[x[[i]], k * j] α + e[x[[i]], k * j] β, {i, 2, n}];     d2 = Table[1 + 2 * α * g[x[[i]], k * j], {i, 2, n}];
    F = Table[u[[j, i]] + k * f[x[[i]], j k, v[[i]]], {i, 2, n}];
    (* dosazení okrajových podmínek do první a poslední rovnice*)
       p = 1 / (α1 * 2 h - 3 β1[j k]);
       r = β1[j k] * p;
       pom = d1[[1]] * r;
       d2[[1]] = d2[[1]] - 4 pom;
       d3[[1]] = d3[[1]] + pom;
       F[[1]] = F[[1]] - 2 h * γ1[j k] * d1[[1]] * p;
        q = 1 / (α2 * 2 h + 3 β2[j k]);
        s = β2[j k] * q;
       pom = d3[[n - 1]] * s;
       d2[[n - 1]] = d2[[n - 1]] + 4 pom;
       d1[[n - 1]] = d1[[n - 1]] - pom;
       F[[n - 1]] = F[[n - 1]] - 2 h * γ2[j k] * d3[[n - 1]] * q;
    (* výpočet profilu u - j+1 vrstva - corrector*)
       up = TriDiagonalSolve[d1, d2, d3, F];
       For[i = 2, i ≤ n, i++, u[[j + 1, i]] = up[[i - 1]]];
    (* výpočet krajních hodnot j+1 profilu *)
       u[[j + 1, 1]] = 2 h * γ1[j k] * p - 4 r * u[[j + 1, 2]] + r * u[[j + 1, 3]];
       u[[j + 1, n1]] = 2 h * γ2[j k] * q + 4 s * u[[j + 1, n]] - s * u[[j + 1, n - 1]];
       ];
   (*res=Table[{(i-1)*h,u[[j,i]]},{j,1,m1},{i,1,n1}];*)
   u
  }
 ]
```

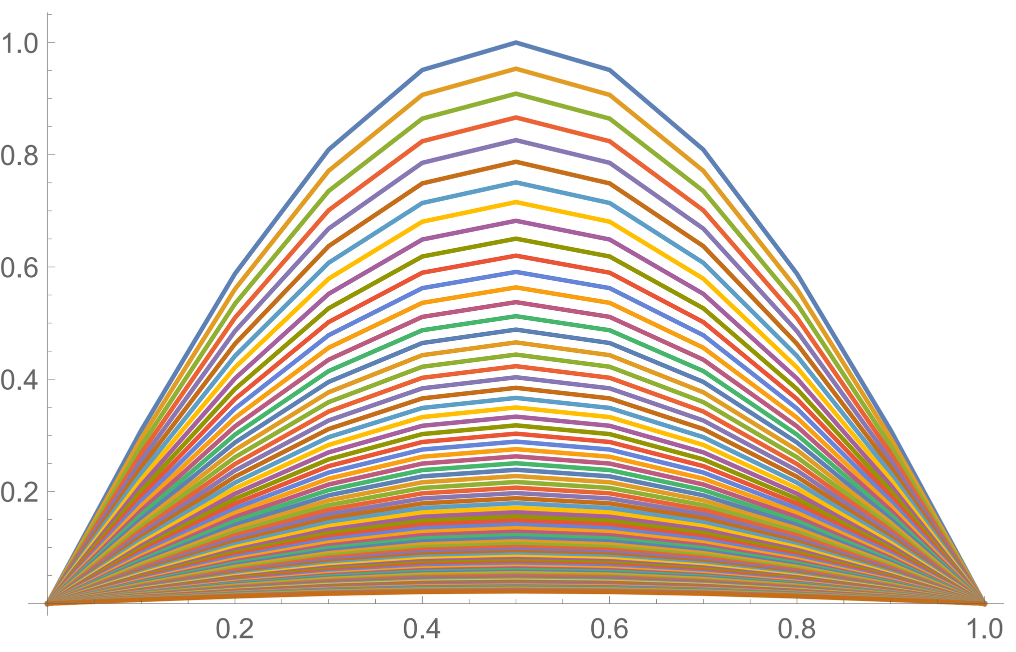
Příklad 1:

$$\frac{\partial}{\partial t}u = \frac{\partial^2}{\partial x^2}u \qquad u(0,t)=0,\ u(1,t)=0,\ u(x,0)=\sin(x\pi)$$

```
ϕ[x_] = Sin[Pi x];
α1 = 1;
β1[t_] = 0;
α2 = 1;
β2[t_] = 0;
γ1[t_] = 0;
γ2[t_] = 0;
g[x_, t_] = 1;
e[x_, t_] = 0;
f[x_, t_, u_] = 0;
n = 10;
m = 80;
k = 0.005;
T = k * m;
```

```
vys = PDEParabImplPC[n, m, k, 0.0, 1.0, g, e, f, α1, α2, β1, β2, γ1, γ2, ϕ];
```

```
ListLinePlot[vys[[1]], PlotRange → All, DataRange → {0, 1}]
```




```
ListPlot3D[vys[[1]], PlotRange → All, DataRange → {{0, 1}, {0, T}}]
```