

Help

PDEParabMp[Listt, n, a, b, g, e, f, α_1 , α_2 , β_1 , β_2 , γ_1 , γ_2 , ϕ]

Řešení parciální diferenciální rovnice parabolického typu

$$\frac{\partial}{\partial t} u = g_1(x, t) \frac{\partial^2}{\partial x^2} u + g_2(x, t) \frac{\partial}{\partial x} u + f(x, t, u), \quad x \in (a, b), t \geq 0$$

s okrajovými podmínkami :

$$\alpha_1 u(a, t) + \beta_1(t) \frac{\partial}{\partial x} u(a, t) =$$

$$\gamma_1(t) \quad a \quad \alpha_2 u(b, t) + \beta_2(t) \frac{\partial}{\partial x} u(b, t) = \gamma_2(t)$$

a počáteční podmínkou : $u(x, 0) = \phi(x)$

Listt – parameter obsahující seznam proměnných t,

pro které chceme funkci $u(x, t)$ vyčíslit

n – počet bodů sítě vx, $x \in (a, b)$

```
In[1]:= PDEParabMp[Listt_, n_, a_, b_, g_, e_, f_,  $\alpha_1$ _,  $\alpha_2$ _,  $\beta_1$ _,  $\beta_2$ _,  
   $\gamma_1$ _,  $\gamma_2$ _,  $\phi$ _] :=  
Module[{i, j, h, h2, pp, drov, d1, d2, d3, x, F, m, n1, u0,  
  uv, up, p, r, q, s, pom, res, u},  
  {  
    m = Length[Listt];  
    h = N[(b - a) / n];  
    n1 = n + 1;  
    h2 = h^2;  
    x = Table[a + (i - 1) h, {i, 1, n1}];  
    u0 = Table[ $\phi$ [x[[i]]], {i, 1, n1}];  
    uv = Table[0.0, {j, 1, m - 1}, {i, 1, n1}];  
    (* Napočítání koeficientů v diferenciální rovnici *)  
    d1 = Table[g[x[[i]], t] / h2 - e[x[[i]], t] / (2 * h), {i, 2, n}];  
    d3 = Table[g[x[[i]], t] / h2 + e[x[[i]], t] / (2 * h), {i, 2, n}];  
    d2 = Table[-2 * g[x[[i]], t] / h2, {i, 2, n}];  
    up = Through[Array[u, n - 1][t]];  
    F = Table[f[x[[i + 1]], t, up[[i]]], {i, 1, n - 1}];  
    (* dosazení okrajových podmínek do první a poslední  
    rovnice*)  
    p = 1 / (2 h  $\alpha_1$  - 3  $\beta_1$ [t]);  
    r =  $\beta_1$ [t] * p;  
    pom = d1[[1]] * r;  
    d2[[1]] = d2[[1]] - 4 * pom;  
    d3[[1]] = d3[[1]] + pom;  
    F[[1]] = F[[1]] +  $\gamma_1$ [t] * d1[[1]] * p * 2 h;  
    q = 1 / (2 h  $\alpha_2$  + 3  $\beta_2$ [t]);  
    s =  $\beta_2$ [t] * q;  
    pom = d3[[n - 1]] * s;  
    d2[[n - 1]] = d2[[n - 1]] + 4 * pom;  
    d1[[n - 1]] = d1[[n - 1]] - pom;  
    F[[n - 1]] = F[[n - 1]] +  $\gamma_2$ [t] * d3[[n - 1]] * q * 2 h;  
    (* vytvoření soustavy diferenciálních rovnic*)  
    ud = D[Through[Array[u, n - 1][t]], t];  
    drov =  
      Table[ud[[i]] == d1[[i]] * u[i - 1][t] + d2[[i]] * u[i][t] +  
        d3[[i]] * u[i + 1][t] + F[[i]], {i, 2, n - 2}];  
    drov = Prepend[drov,  
      ud[[1]] == d2[[1]] * u[1][t] + d3[[1]] * u[2][t] + F[[1]]];  
    drov = Append[drov,  
      ud[[n - 1]] == d1[[n - 1]] * u[n - 2][t] +  
        d2[[n - 1]] * u[n - 1][t] + F[[n - 1]]];  
    drov =  
      Join[drov, Table[Through[Array[u, n - 1][0]][[i]] ==  
        u0[[i + 1]], {i, 1, n - 1}]];  
    F = Table[f[x[[i]], t, u[i][t]], {i, 2, n}];  
    (* výpočet soustavy diferenciálních rovnic *)  
    res = NDSolve[drov, up, {t, Listt[[1]], Listt[[m]}];  
    (* výpočet tabulky hodnot řešení *)  
    For[j = 2, j <= m,  
      For[i = 2, i <= n, uv[[j - 1, i]] =  
        (u[i - 1][t] /. res[[1]]) /. t -> Listt[[j]];  
        i++]; j++  
    ];  
    (* výpočet krajních hodnot j profilu *)  
    For[j = 1, j <= m - 1,  
      uv[[j, 1]] =  $\gamma_1$ [Listt[[j + 1]]] * 2 h * p - 4 r * uv[[j, 2]] +  
        r * uv[[j, 3]];  
      uv[[j, n1]] =  $\gamma_2$ [Listt[[j + 1]]] * 2 h * q +  
        4 s * uv[[j, n]] - s * uv[[j, n - 1]]; j++  
    ];  
    uv = Prepend[uv, u0];  
    uv  
  }  
];
```

Příklad 1:

$$\frac{\partial}{\partial t} u = \frac{\partial^2}{\partial x^2} u \quad u(0, t) = 0, u(1, t) = 0, u(x, 0) = \sin(x\pi)$$

```
In[2]:=  $\phi$ [x_] = Sin[Pi x];
```

```
 $\alpha_1$  = 1;
```

```
 $\beta_1$ [t_] = 0;
```

```
 $\alpha_2$  = 1;
```

```
 $\beta_2$ [t_] = 0;
```

```
 $\gamma_1$ [t_] = 0;
```

```
 $\gamma_2$ [t_] = 0;
```

```
g[x_, t_] = 1;
```

```
e[x_, t_] = 0;
```

```
f[x_, t_, u_] = 0;
```

```
n = 20;
```

```
m = 10;
```

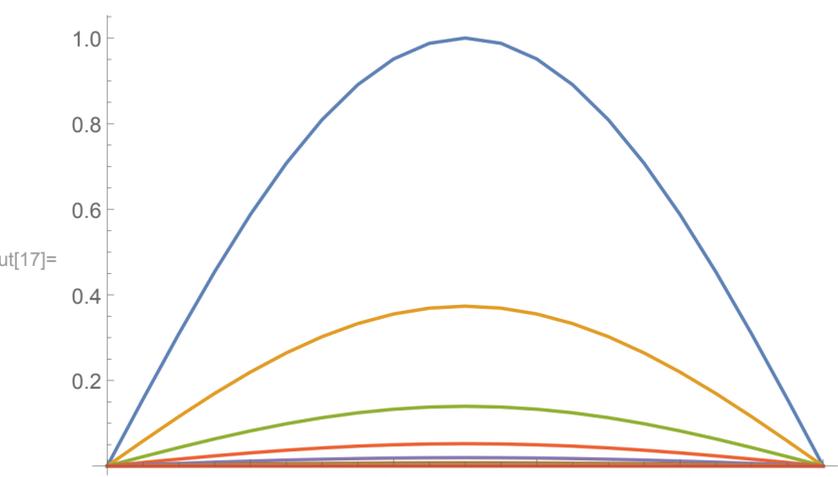
```
T = 1;
```

```
Listt = Table[N[i * T / m], {i, 0, m}]
```

```
Out[15]= {0., 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9, 1.}
```

```
In[16]:= vvs = PDEParabMp[Listt, n, 0.0, 1.0, g, e, f,  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$ ,  $\beta_1$ ,  $\beta_2$ ,  
   $\gamma_1$ ,  $\gamma_2$ ,  $\phi$ ];
```

```
In[17]:= ListLinePlot[vvs[[1]], PlotRange -> All, DataRange -> {0, 1}]
```

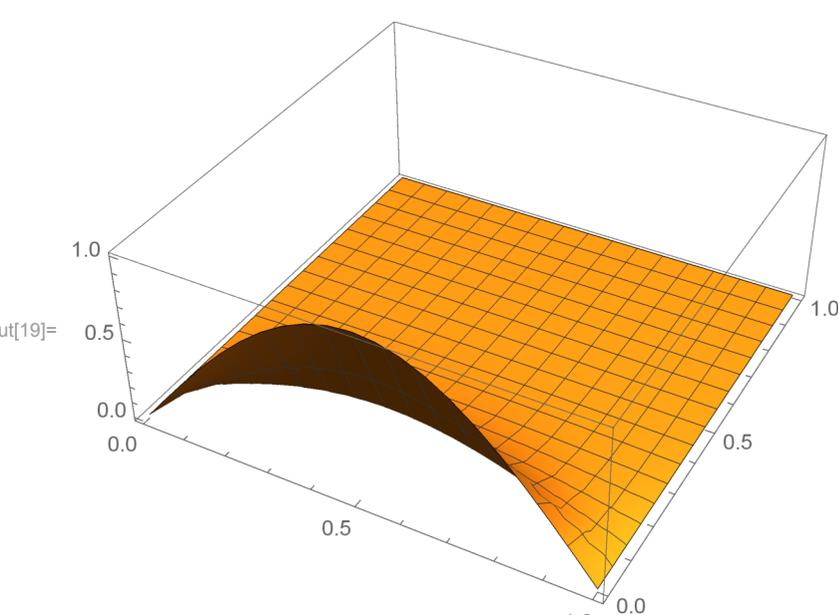


```
Out[17]=
```

```
In[18]:=
```

```
In[19]:= ListPlot3D[vvs[[1]], PlotRange -> All,
```

```
  DataRange -> {{0, 1}, {0, T}}
```



```
Out[19]=
```