

Nabízená témata prací

Bakalářské práce

- **Hopfova bifurkace**

Práce se bude zabývat tzv. Hopfovou bifurkací. Při této bifurkaci pevný bod dynamického systému ztratí stabilitu tím, že dvojice komplexně sdružených vlastních čísel matice linearizace přejde imaginární osu komplexní roviny. Za rozumných předpokladů na dynamický systém se pak z pevného bodu odvětví limitní cyklus. Úkolem bude ilustrovat superkritickou i subkritickou Hopfovou bifurkaci na příkladech jednoduchých dynamických systémů.

Doporučené studijní materiály:

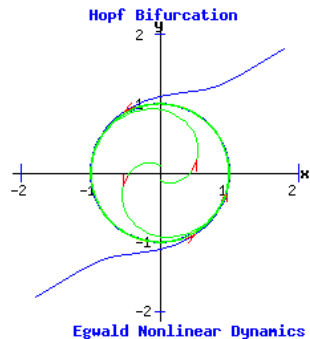
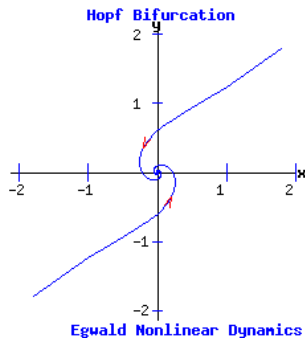
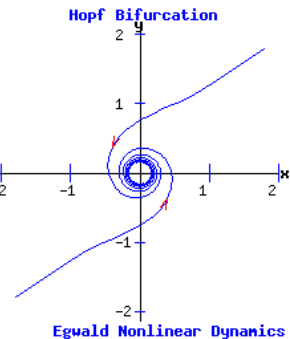
Hale, J., Kocak, H.: Dynamics and bifurcations, Springer Verlag 1991 (kapitola 15)

Wilhelm, T., Heinrich, R.: Smallest chemical reaction system with Hopf Bifurcation. Journal of Mathematical Chemistry 17 (1995), 1-14

Peercy, B.: Lab for Dynamical Systems

<http://www.caam.rice.edu/bpeerce/math468/syllabus.html>

Hopfova bifurkace



- Bifurkace rovnovážných stavů vektorových polí
Uvažujme dynamický systém závislý na parametru:

$$x' = f(x, \alpha), x \in \mathbb{R}^n, \alpha \in \mathbb{R}^m,$$

x představuje stavovou proměnnou, α je parametr.

S měnícím se parametrem α , mění se také fázový portrét systému. Změní-li se topologický typ systému při změně parametru, mluvíme o bifurkaci systému. Naším cílem bude pro nejjednodušší případ $n=1,2$ klasifikovat a analyzovat příslušné bifurkace. Různé bifurkace (sedlo-uzel, transkritická bifurkace, bifurkace typu vidlička) budeme ilustrovat na příkladech.

Doporučená literatura:

1. S.Wiggins: Introduction to applied nonlinear dynamical systems and chaos, Springer Verlag 1996 (část 3.1)
2. J.Hale, H.Kocak: Dynamics and bifurcations, Springer Verlag 1991 (kapitola 1,2)

Diplomové práce

- Metoda konečných prvků pro reakčně-difúzní rovnice
Reakčně difúzní rovnice je semilineární parabolická parciální diferenciální rovnice. Budeme se zabývat jejím numerickým řešením, konkrétně zformulujeme rovnici variačně a najdeme slabé řešení metodou konečných prvků. Získaný algoritmus budeme aplikovat na konkrétní chemické nebo biologické problémy.

Doporučená literatura:

1. P. Grindrod. The Theory and Applications of Reaction-Diffusion Equations. Oxford University Press, 1996
2. E. Zauderer. Partial Differential Equations of Applied Mathematics. Wiley, 1989.

Disertační práce

- Po částech hladké dynamické systémy v biologii a chemii.
Cílem práce je studium komplexního chování po částech hladkých dynamických systémů, například tzv. Filippovových dynamických systémů. Dynamické chování chemických a biologických procesů se obvykle modeluje pomocí soustavy diferenciálních rovnic, ale je-li stav systému nějakým způsobem omezen, pak matematický model obsahuje algebraické rovnice, které popisují toto omezení. Výsledný systém algebro-diferenciálních rovnic může vykazovat nespojitost a lze ho také popsat jako Filippovův systém. Budeme se zabývat zejména biologickými aplikacemi, konkrétně dynamikou chování dvou soupeřících druhů, ale také různými ekosystémy. Součástí práce budou počítačové simulace výsledků.

1. M. di Bernardo, C. J. Budd, A. R. Champneys and P. Kowalczyk, Piecewise-smooth Dynamical Systems: Theory and Applications, Springer-Verlag London, 2008.
2. A. Filippov, Differential Equations with Discontinuous Right-Hand Sides, Kluwer Academic Dordrecht, 1988.
3. Kunkel P., Mehrmann V.: Differential-Algebraic Equations, Analysis and Numerical Solution, European Mathematical Society, Zurich, 2006.

Fázový portrét: CSTR s čerpadlem, spínací hystereze

