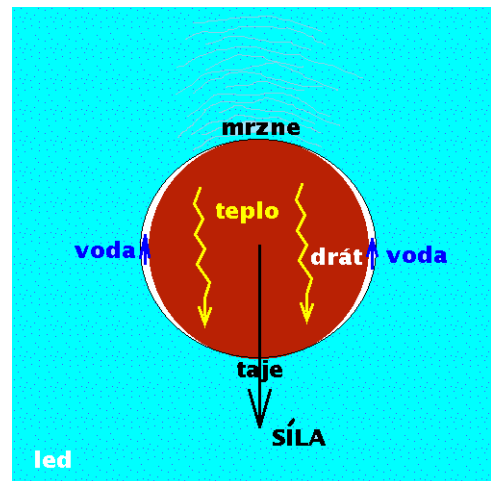
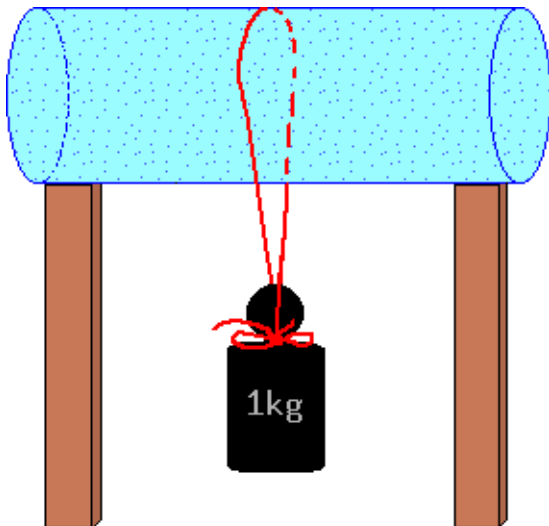


Regelace ledu

Připravte si kus ledu o rozměrech asi $15 \times 4 \times 4$ cm. Vodu je vhodné předem převařit, aby led nebyl zakalený od bublinek. Po zmražení umístěte led na několik hodin do ledničky či termosky, aby se vnitřek ohřál na teplotu co nejbližší 0°C , ale aby led neroztál. Mezitím připevněte závaží (asi 1 kg) na měděný drátek o průměru asi 0,3 mm; volte co nejtěžší závaží, které drátek unese. Zavěste závaží na led podle obrázku. Drátek se bude zařezávat do ledu, až po zhruba půl hodině projde ledem a závaží spadne. Kus ledu ale zůstane neporušený.



Jev je důsledkem toho, že led plave na vodě. Při zvýšení tlaku je totiž stabilnější fáze o vyšší hustotě (voda), a proto led pod drátkem taje. Skupenské teplo, které je pro tání potřeba, se získá opětovnou krystalizací vody v místech s menším tlakem, tedy nad drátkem. Teplo proudí drátkem shora dolů (proto je vhodná měď, která má velkou tepelnou vodivost) a voda okolo drátku nahoru, kde opět mrzne. Rozdíl teplot při běžném uspořádání je setiny stupně, a proto se pokus nepovede, pokud je led příliš studený (z mrazáku).

Odvození doby řezání

Rychlost regelace ledu je určena především tepelnou vodivostí drátku, která je mnohem větší než tepelná vodivost okolního ledu. (Za velmi malých tlaků a použití vlákna o malé tepelné vodivosti k jevu také dochází, je pak patrně určen dynamikou povrchové vrstvy mezi kapalnou vodou a ledem, tzv. premelting.)

Předpokládejme, že drátek čtvercového průřezu o straně a se zařezává do bloku ledu čtvercového průřezu o straně d . Na drátku je zavěšeno závaží o hmotnosti M . Předpokládáme, že síla $F = Mg$ se po drátku rozvede rovnoměrně.

Tlak (přesněji rozdíl [tlak nad drátkem] – [tlak pod drátkem]) působící na plochu $A = ad$:

$$\Delta p = \frac{F}{A} = \frac{Mg}{ad}$$

Změna teploty tání způsobená tlakem podle Clapeyronovy rovnice:

$$\Delta T = -\frac{\Delta p T_{\text{fus}} \Delta_{\text{fus}} V}{\Delta_{\text{fus}} H} = \frac{\Delta p T_{\text{fus}} (1/\rho_s - 1/\rho_l)}{\Delta_{\text{fus}} H_{\text{sp}}}$$

kde T_{fus} je teplota tání, $\Delta_{\text{fus}}X = X_{\text{voda}} - X_{\text{led}}$ je změna veličiny X způsobená táním, ρ_s hustota ledu, ρ_l hustota vody a $\Delta_{\text{fus}}H_{\text{sp}}$ specifická (měrná) entalpie tání (skupenské teplo tání vztahované na jednotku hmotnosti ledu). Specifický objem (objem vztahovaný na jednotku hmotnosti) není nic jiného než je převrácená hodnota hustoty. Nad drátkem je tedy teplota o ΔT vyšší než pod drátkem.

Tok tepla \dot{Q} (teplo převedené za jednotku času) způsobený teplotním rozdílem ΔT je

$$\dot{Q} = \lambda \frac{A}{a} \Delta T = \lambda \frac{ad}{a} \Delta T = \lambda d \Delta T$$

kde λ je koeficient tepelné vodivosti. Tento tok způsobí roztátí (dole) a zmrznutí (nahore) množství ledu (hmotnost za jednotku času) \dot{m}

$$\dot{m} = \frac{\dot{Q}}{\Delta_{\text{fus}}H_{\text{sp}}}$$

Tomu odpovídá objem $\dot{V} = \dot{m}/\rho_s$ a nakonec rychlost prořezávání $v = \dot{V}/A$. Celá tloušťka d se prořeže za čas $t = d/v$. Dáme-li vše dohromady, vyjde

$$t = \frac{d}{v} = \frac{d^2 a \rho_s \Delta_{\text{fus}} H_{\text{sp}}}{\dot{Q}} = \frac{d^2 a \rho_s \Delta_{\text{fus}} H_{\text{sp}}}{\lambda d \Delta T} = \frac{(ad \Delta_{\text{fus}} H_{\text{sp}})^2 \rho_s}{\lambda M g T_{\text{fus}} (1/\rho_s - 1/\rho_l)}$$

Po dosazení hodnot:

Entalpie tání ledu: $\Delta_{\text{fus}}H_{\text{sp}} = 333550 \text{ J kg}^{-1}$

Teplota tání ledu: $T = 273.15 \text{ K}$

Hustota ledu: $\rho_s = 916.7 \text{ kg m}^{-3}$

Hustota voda: $\rho_l = 999.8 \text{ kg m}^{-3}$

Tíhové zrychlení: $g = 9.81 \text{ m s}^{-2}$

Tepelná vodivost mědi: $\lambda = 401 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$

Průměr drátu: $a = 3 \cdot 10^{-4} \text{ m}$

Průměr kusu ledu: $d = 0.04 \text{ m}$

Hmotnost závaží: $M = 1 \text{ kg}$

vyjde $t = 150 \text{ s} = 2.5 \text{ minut}$ a $\Delta T = 0.03 \text{ K}$. Skutečné časy jsou mnohem delší. Nesoulad je patrně způsoben kombinací faktorů:

1. Nad drátkem se vytvoří tenká vrstvička kapalné vody, která zpomaluje přenos tepla. K omezení tohoto jevu by bylo nutno pokus provádět za teploty okolí co nejbližší bodu mrazu.
2. Síla se jak po průřezu drátku tak okolo ledu rozvádí rovnoměrněji, než jsme předpokládali. Nahradíme-li jak a tak d polovinou kružnice, $a \rightarrow \frac{\pi}{2}a$, $d \rightarrow \frac{\pi}{2}d$, dostaneme faktor $(\pi/2)^4 \approx 6$; skutečný faktor asi tak velký nebude, protože proti působí menší efektivní tloušťka kulatého drátku.
3. Led je uvnitř chladnější než 0°C . Lze eliminovat pečlivým termostatováním ledu (v ledničce či termosce).