

```
In[1]:= Get[FileNameJoin[{NotebookDirectory[], "PDEParabImpl.wl"}]]
```

PDR Aplikační příklad 2

Axiální disperze hmoty probíhající za izotermních podmínek, která je doprovázena reakcí 1. řádu, je popsána rovnicí

$$\frac{\partial y}{\partial t} = \frac{1}{Pe} \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} - \frac{\partial y}{\partial x} + Da (1 - y), \quad Pe y(0, t) - \frac{\partial y}{\partial x}(0, t) = 0, \quad \frac{\partial y}{\partial x}(1, t) = 0, \quad y(x, 0) = 0$$

Volte parametry:

a) $Pe = 10$, $Da = 0.03$

b) $Pe = 200$, $Da = 0.03$

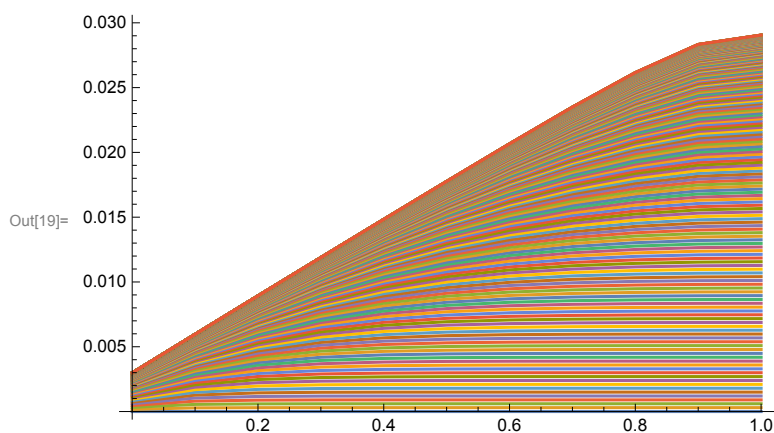
a)

```
In[2]:= Pe = 10;  
Da = 0.03;  
phi[x_] = 0;  
alpha1 = Pe;  
beta1[t_] = -1;  
alpha2 = 0;  
beta2[t_] = 1;  
gamma1[t_] = 0;  
gamma2[t_] = 0;  
g[x_, t_] = 1/Pe;  
e[x_, t_] = -1;  
f[x_, t_, y_] = Da (1 - y);  
n = 10;  
m = 250;  
k = 0.01;  
T = k * m;
```

```
In[18]:= vys = PDEParabImpl[n, m, k, 0.0, 1.0, g, e, f, alpha1, alpha2, beta1, beta2, gamma1, gamma2, phi];
```

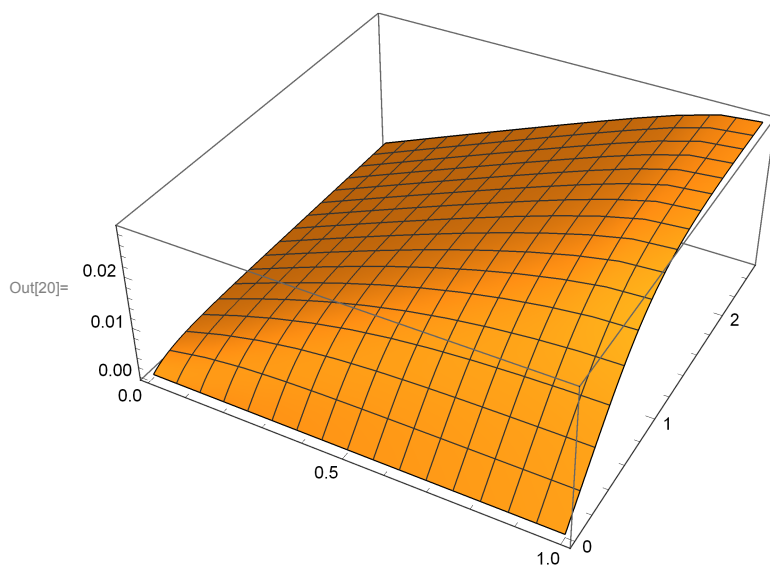
Graf jednotlivých časových vrstev

```
In[19]:= ListLinePlot[vys[[1]], PlotRange -> All, DataRange -> {0, 1}]
```



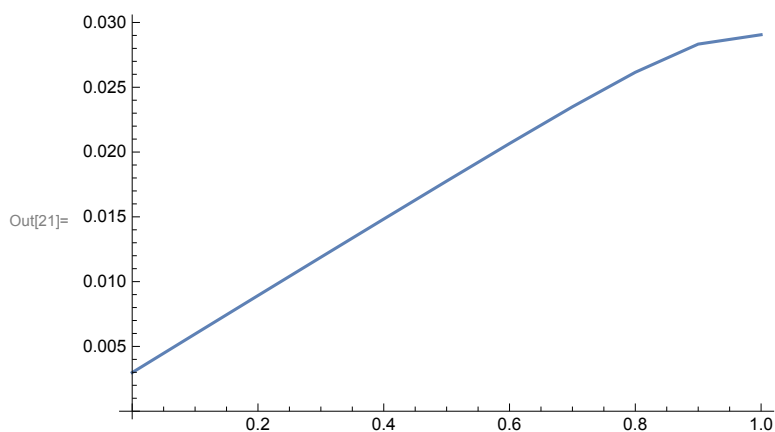
Graf přibližného řešení $u(x,t)$

In[20]:= **ListPlot3D**[**vys**[[1]], **PlotRange** → **All**, **DataRange** → {{0, 1}, {0, T}}]



Stacionární řešení (ustálené řešení $T = 2.5$)

In[21]:= **ns1** = **ListLinePlot**[**vys**[[1]][[m]], **PlotRange** → **All**, **DataRange** → {0, 1}]

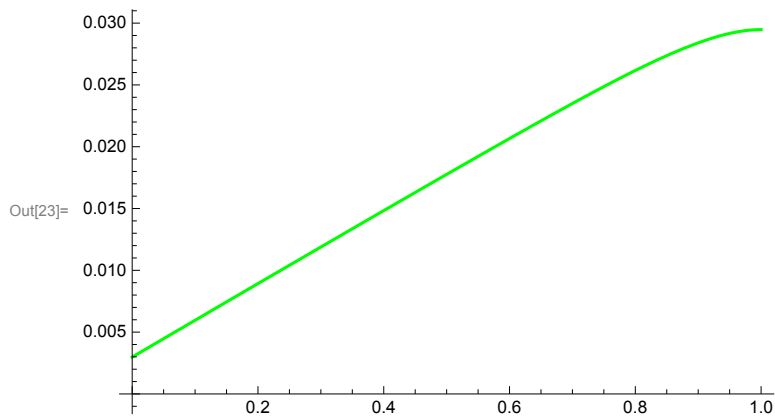


Stacionární řešení vypočítané analyticky a jeho graf

In[22]:= **res** = **DSolve**[{ $1/Pe y''[x] - y'[x] + Da(1 - y[x]) == 0$, $y'[0] == Pe y[0]$, $y'[1] == 0$ }, $y[x]$, x]

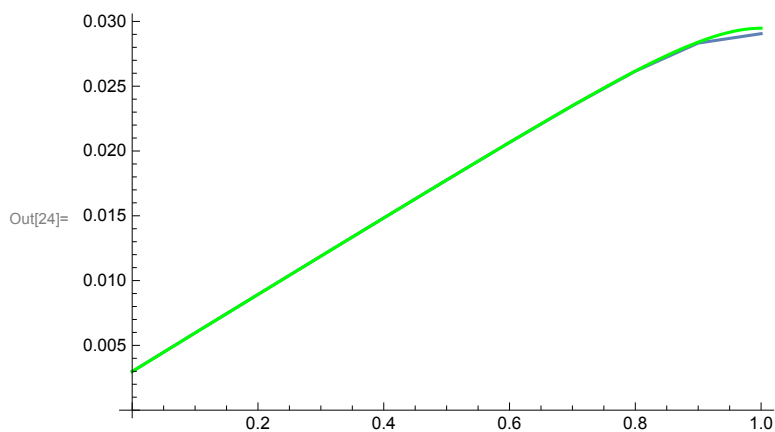
Out[22]= $\left\{ \left\{ y[x] \rightarrow -1.27147 \times 10^{-7} e^{-0.0299105 x} \left(7.84147 \times 10^6 - 7.86493 \times 10^6 e^{0.0299105 x} + 1. e^{10.0598 x} \right) \right\} \right\}$

```
In[23]:= s1 = Plot[y[x] /. res, {x, 0, 1}, PlotStyle -> {Green}]
```



Porovnání stacionárního řešení a ustáleného řešení

```
In[24]:= Show[ns1, s1]
```



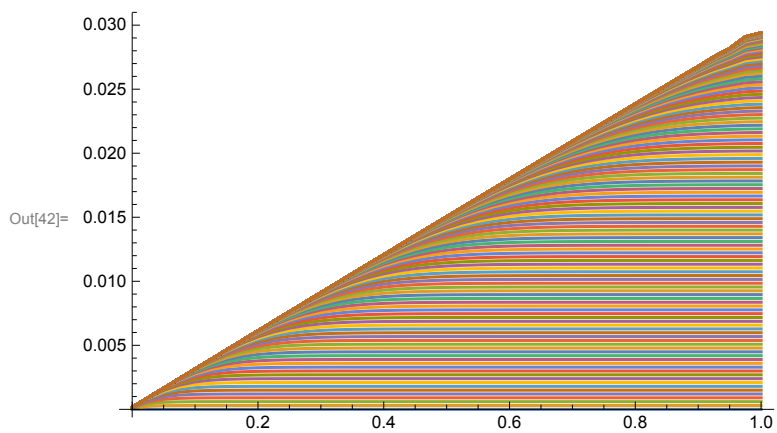
b) Je třeba použít hustější síť v x

```
In[25]:= Pe = 200;
Da = 0.03;
phi[x_] = 0;
alpha1 = Pe;
beta1[t_] = -1;
alpha2 = 0;
beta2[t_] = 1;
gamma1[t_] = 0;
gamma2[t_] = 0;
g[x_, t_] = 1/Pe;
e[x_, t_] = -1;
f[x_, t_, y_] = Da (1 - y);
n = 40;
m = 200;
k = 0.01;
T = k * m;

In[41]:= vys = PDEParabImpl[n, m, k, 0.0, 1.0, g, e, f, alpha1, alpha2, beta1, beta2, gamma1, gamma2, phi];
```

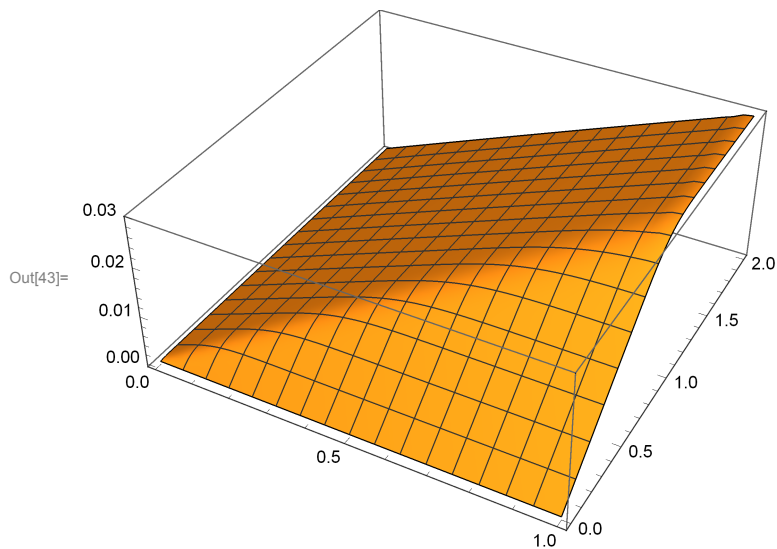
Graf jednotlivých časových vrstev

In[42]:= **ListLinePlot**[**vys**[[1]], **PlotRange** → **All**, **DataRange** → {0, 1}]



Graf přibližného řešení $u(x,t)$

In[43]:= **ListPlot3D**[**vys**[[1]], **PlotRange** → **All**, **DataRange** → {{0, 1}, {0, T}}]

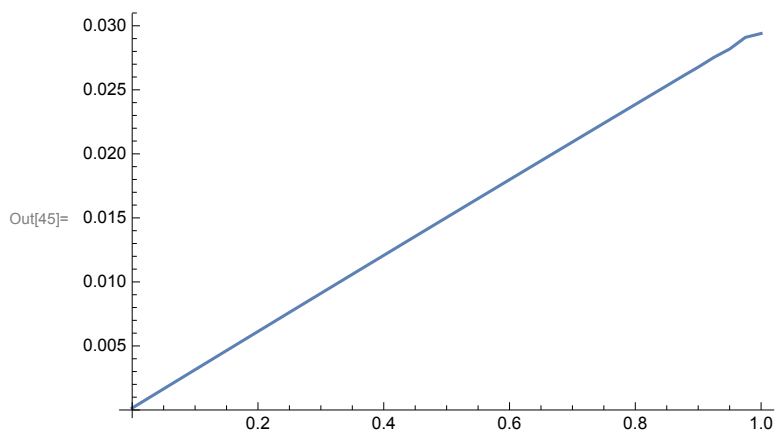


In[44]:= **vys**[[1]][[m]][[1]]

Out[44]= 0.000149955

Stacionární řešení (ustálené řešení $T=2.0$)

In[45]:= **ns1** = **ListLinePlot**[**vys**[[1]][[m]], **PlotRange** → **All**, **DataRange** → {0, 1}]



Stacionární řešení vypočítané analyticky a jeho graf

In[46]:= **res =**
 $\text{DSolve}\left[\left\{1/\text{Pe } y''[x] - y'[x] + \text{Da} (1 - y[x]) == 0, y'[0] == \text{Pe } y[0], y'[1] == 0\right\}, y[x], x\right]$

DSolve: Unable to resolve some of the arbitrary constants in the general solution using the given boundary conditions. It is possible that some of the conditions have been specified at a singular point for the equation.

Out[46]= $\left\{\left\{y[x] \rightarrow e^{-0.0299955 x} \left(1. e^{0.0299955 x} + C[1] + 1.95439 \times 10^{-91} e^{200.06 x} C[1]\right)\right\}\right\}$

Mathematice se nepodařilo vypočítat konstantu C[1], mě vyšla -0.99985 (přibližně -1)

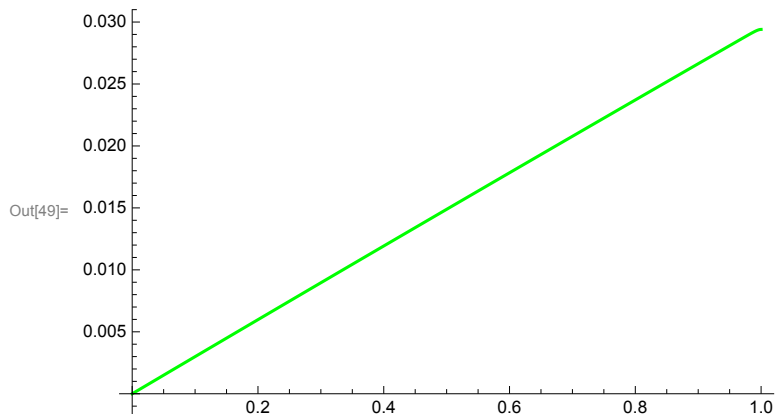
In[47]:= **rov =** $(\text{Pe } y[x] /. \text{res} /. \{x \rightarrow 0\}) - (D[y[x] /. \text{res}, x] /. \{x \rightarrow 0\}) == 0$

Out[47]= $\left\{-1. (0.0299955 + 3.90995 \times 10^{-89} C[1]) + 200.03 (1. + 1. C[1])\right\} == 0$

In[48]:= **Solve[rov, C[1]]**

Out[48]= $\left\{\left\{C[1] \rightarrow -0.99985\right\}\right\}$

In[49]:= **s1 = Plot** $[y[x] /. \text{res} /. C[1] \rightarrow -1, \{x, 0, 1\}, \text{PlotStyle} \rightarrow \{\text{Green}\}]$



Porovnání stacionárního řešení a ustáleného řešení

In[50]:= **Show[ns1, s1]**

