```
Get[FileNameJoin[{NotebookDirectory[], "PDEParabCN.wl"}]]
```

PDR Aplikační příklad 2

Axiální disperze hmoty probíhající za izotermnich podmínek, která je doprovázena reakcí 1. řádu, je popsána rovnicí

$$\frac{\partial y}{\partial t} = \frac{1}{\mathrm{Pe}}\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} - \frac{\partial y}{\partial x} + \mathrm{Da}\,(1-y),\quad \mathrm{Pe}\, y(0,t) - \frac{\partial y}{\partial x}(0,t) = 0,\ \frac{\partial y}{\partial x}(1,t) = 0,\ y(x,0) = 0$$

Volte parametry:

a) Pe = 10, Da = 0.03

b) Pe = 200, Da = 0.03

Řešeno pomocí schématu Crank - Nicolsonové

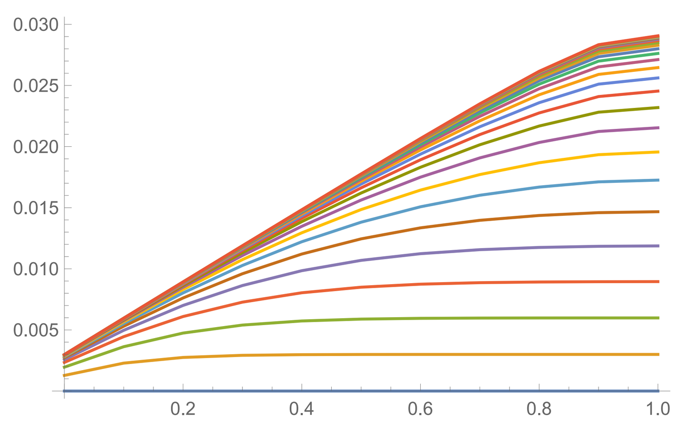
a)

```
Pe = 10;
Da = 0.03;
ϕ[x_] = 0;
α1 = Pe;
β1[t_] = -1;
α2 = 0;
β2[t_] = 1;
γ1[t_] = 0;
γ2[t_] = 0;
g[x_, t_] = 1 / Pe;
e[x_, t_] = -1;
f[x_, t_, y_] = Da (1 - y);
n = 10;
m = 250;
k = 0.01;
T = k * m;
```

```
vys = PDEParabCN[n, m, k, 0.0, 1.0, g, e, f, α1, α2, β1, β2, γ1, γ2, ϕ];
```

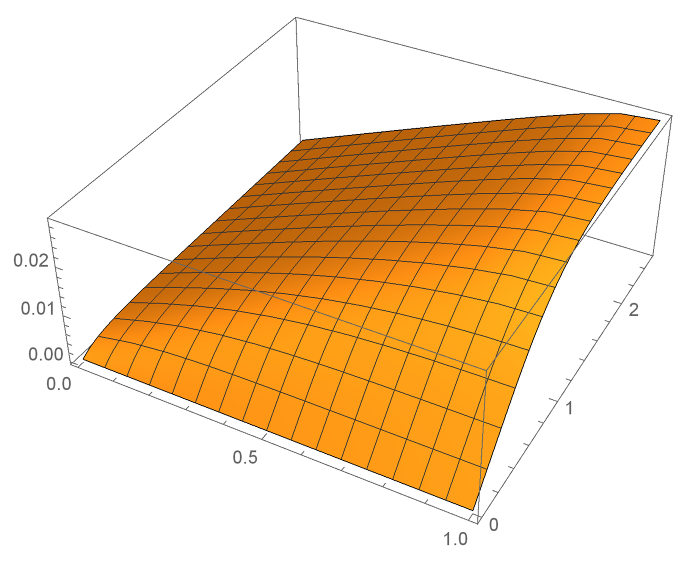
Graf jednotlivých časových vrstev (vykreslujeme každou desátou křivku)

```
ListLinePlot[Table[vys[[1]][[1 + 10 i]], {i, 0, 25}], PlotRange → All, DataRange → {0, 1}]
```



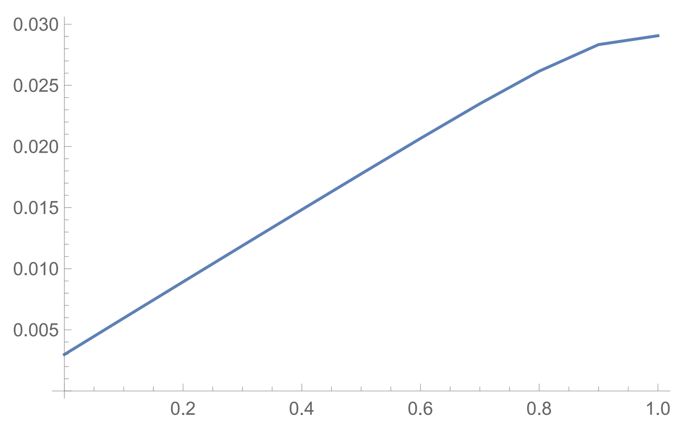
Graf přibližného řešení u(x,t)

```
ListPlot3D[vys[[1]], PlotRange → All, DataRange → {{0, 1}, {0, T}}]
```



Stacionární řešení (ustálené řešení T= 2.5)

```
ns1 = ListLinePlot[vys[[1]][[m]], PlotRange → All, DataRange → {0, 1}]
```

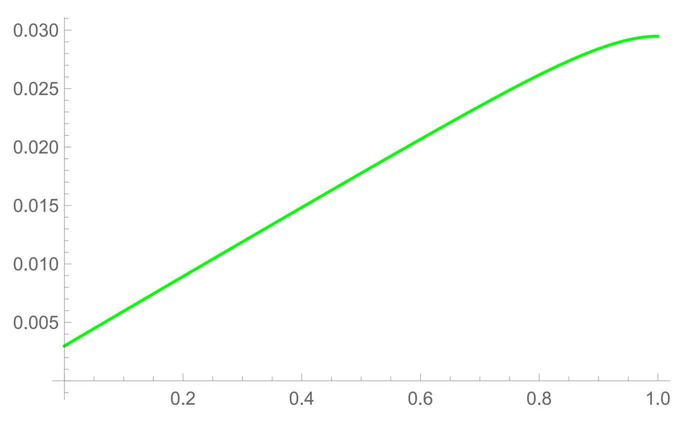


Stacionární řešení vypočítané analyticky a jeho graf

```
res = DSolve[{1 / Pe y''[x] - y'[x] + Da (1 - y[x]) == 0, y'[0] == Pe y[0], y'[1] == 0}, y[x], x]
```

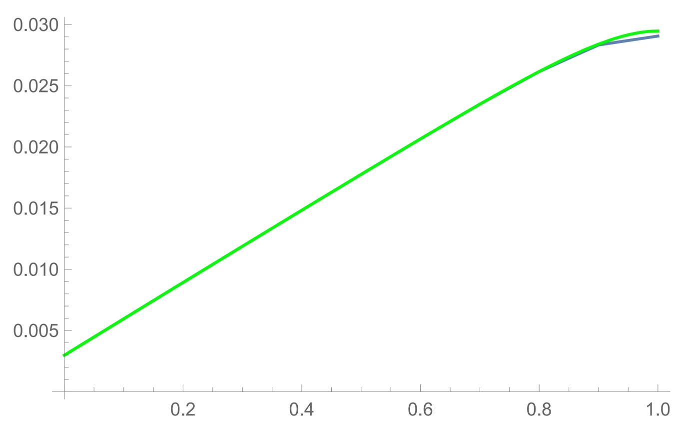
$$\{\{y[x] \to -1.27147\times 10^{-7}\, e^{-0.0299105\,x}\,(7.84147\times 10^{6} - 7.86493\times 10^{6}\, e^{0.0299105\,x} + 1.\, e^{10.0598\,x})\}\}$$

```
s1 = Plot[y[x] /. res, {x, 0, 1}, PlotStyle → {Green}]
```



Porovnání stacionárního řešení a ustáleného řešení

```
Show[ns1, s1]
```



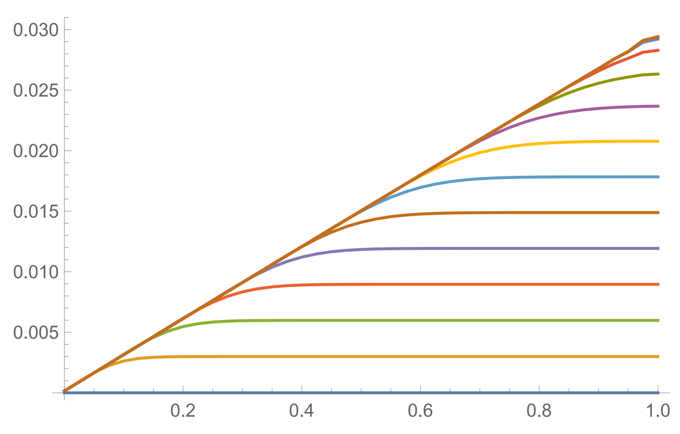
b) Je třeba použít hustější síť v x

```
Pe = 200;
Da = 0.03;
ϕ[x_] = 0;
α1 = Pe;
β1[t_] = -1;
α2 = 0;
β2[t_] = 1;
γ1[t_] = 0;
γ2[t_] = 0;
g[x_, t_] = 1 / Pe;
e[x_, t_] = -1;
f[x_, t_, y_] = Da (1 - y);
n = 40;
m = 200;
k = 0.01;
T = k * m;
```

```
vys = PDEParabCN[n, m, k, 0.0, 1.0, g, e, f, α1, α2, β1, β2, γ1, γ2, ϕ];
```

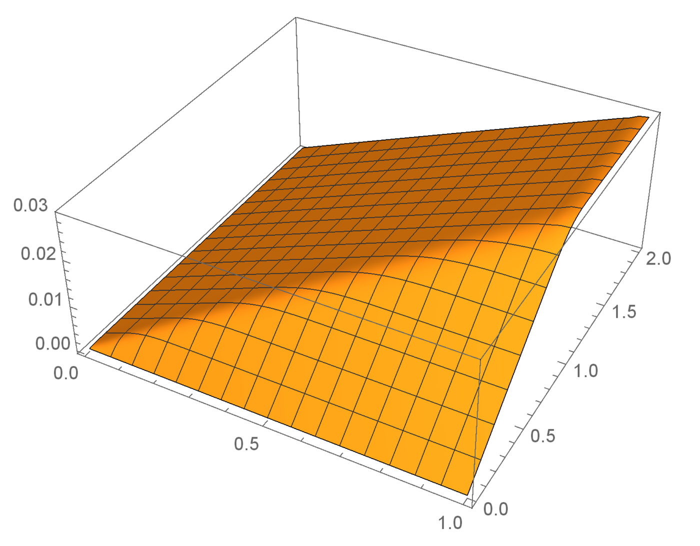
Graf jednotlivých časových vrstev (vykreslujeme každou desátou křivku)

```
ListLinePlot[Table[vys[[1]][[1 + 10 i]], {i, 0, 20}], PlotRange → All, DataRange → {0, 1}]
```



Graf přibližného řešení u(x,t)

```
ListPlot3D[vys[[1]], PlotRange → All, DataRange → {{0, 1}, {0, T}}]
```

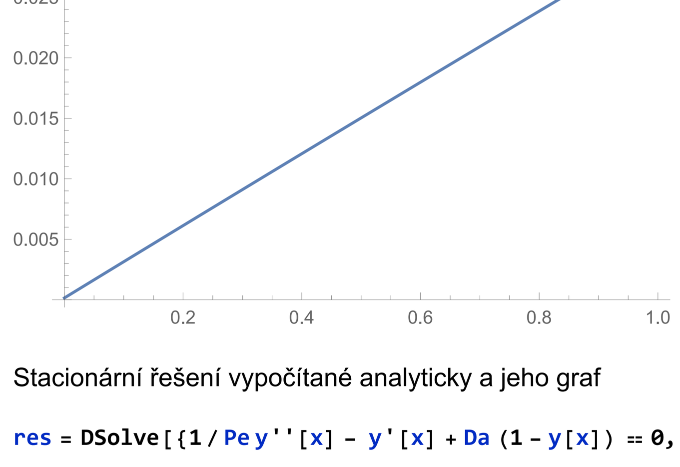



```
vys[[1]][[m]][[1]]
```

0.000149955

Stacionární řešení (ustálené řešení T=2.0)

```
ns1 = ListLinePlot[vys[[1]][[m]], PlotRange → All, DataRange → {0, 1}]
```



Stacionární řešení vypočítané analyticky a jeho graf

```
res = DSolve[{1 / Pe y''[x] - y'[x] + Da (1 - y[x]) == 0, y'[0] == Pe y[0], y'[1] == 0}, y[x], x]
```

··· DSolve: Unable to resolve some of the arbitrary constants in the general solution using the given boundary conditions. It is possible that some of the conditions have been specified at a singular point for the equation.

$$\{\{y[x] \to e^{-0.0299955\,x}\,(1.\, e^{0.0299955\,x} + C[1] + 1.95439\times 10^{-91}\, e^{200.06\,x}\, C[1])\}\}$$

Mathematice se nepodařilo vypočítat konstantu C[1], mě vyšla -0.99985 (přibližně -1)

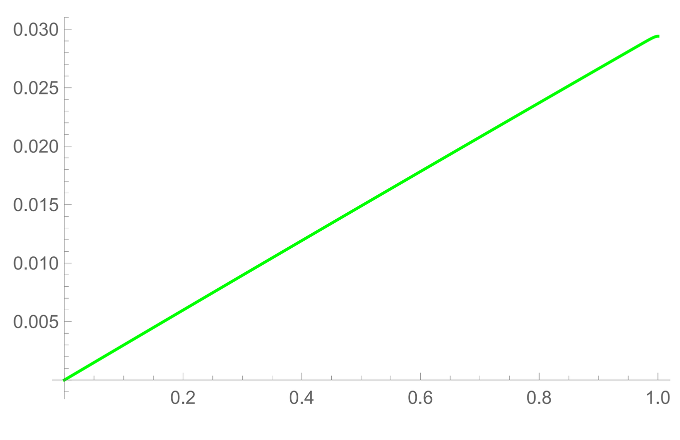
```
rov = (Pe y[x] /. res /. {x → 0}) - (D[y[x] /. res, x] /. {x → 0}) == 0
```

$$\{-1.\,(0.0299955 + 3.90995\times 10^{-89}\, C[1]) + 200.03\,(1. + 1.\, C[1])\} == 0$$

```
Solve[rov, C[1]]
```

{{C[1] → -0.99985}}

```
s1 = Plot[y[x] /. res /. C[1] → -1, {x, 0, 1}, PlotStyle → {Green}]
```



Porovnání stacionárního řešení a ustáleného řešení

```
Show[ns1, s1]
```