

```
In[1]:= Get[FileNameJoin[{NotebookDirectory[], "DeStrelba.wl"}]]
```

Aplikační příklad 5

Apl. příklad 5: V inženýrských aplikacích se zřídka setkáváme s úlohami, které nemají řešení. Tento příklad uvádí jeden z takových případů. Průběh exotermní reakce u explozivních materiálů lze popsat rovnicí

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} = -\delta e^{(\theta)},$$

s okrajovými podmínkami

$$\frac{\partial \theta}{\partial x}(0) = 0, \quad \theta(1) = 0.$$

Pro $\delta < \delta^*$ má tato rovnice pro dané okrajové podmínky řešení, pro $\delta > \delta^*$ toto řešení neexistuje (v takovém případě dochází k výbuchu). Ukažte, že hodnota tohoto kritického parametru δ^* je $\delta^* = 0,8785$. Nám vyšlo $\delta^* = 0,93727$

Rovnici převedeme substitucí $\delta x = z$ na rovnici:

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} = -e^{(\theta)},$$

s okrajovými podmínkami

$$\frac{\partial \theta}{\partial z}(0) = 0, \quad \theta(\delta) = 0.$$

Definice parametrů diferenciální rovnice

```
In[2]:=  $\delta 0 = 0.9372;$ 
```

Definice pravé strany diferenciální rovnice

```
In[3]:= f[z_,  $\theta 1$ _,  $\theta 2$ _] =  $\theta 2$ ;  
g[z_,  $\theta 1$ _,  $\theta 2$ _] = - Exp[ $\theta 1$ ];
```

Parametry programu Strelba1/Strelba2

```
In[5]:= a = 0.0;  
b =  $\delta 0$ ;  
 $\alpha 1$  = 0;  
 $\alpha 2$  = 1;  
 $\beta 1$  = 1;  
 $\beta 2$  = 0;  
 $\gamma 1$  = 0;  
 $\gamma 2$  = 0;  
 $\epsilon$  = 0.00000001;  
h = 0.001;  
z0 = 1.0;  
m = 10;  
Lz = Table[N[a + i (b - a) / m], {i, 0, m}];
```

```

In[18]:= For[i = 0, i < 8, i++, {
  b =  $\delta_0 + i * 0.00001$ ;
  Lx = Table[N[a + i (b - a) / m], {i, 0, m}];
  Print["i=", i, "       $\delta$ =", b];
  vn = Strelba2[f, g, a, b,  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$ ,  $\beta_1$ ,  $\beta_2$ ,  $\gamma_1$ ,  $\gamma_2$ ,  $\epsilon$ , z0, Lx];
  Print[" $\theta(\delta)$ =", vn[[3]][[m + 1]]];
}]

```

i=0 $\delta=0.9372$

i	z	s
---	---	---

0	1.	
---	----	--

1	1.09399	0.093993
---	---------	----------

2	1.13887	0.0448741
---	---------	-----------

3	1.15923	0.0203605
---	---------	-----------

4	1.1666	0.00736778
---	--------	------------

5	1.16792	0.00132192
---	---------	------------

6	1.16796	0.0000456144
---	---------	--------------

7	1.16796	5.44502×10^{-8}
---	---------	--------------------------

8	1.16796	9.99201×10^{-15}
---	---------	---------------------------

$\theta(\delta) = \{0.9372, -6.42729 \times 10^{-9}\}$

i=1 $\delta=0.93721$

i	z	s
---	---	---

0	1.	
---	----	--

1	1.09415	0.0941482
---	---------	-----------

2	1.13926	0.0451079
---	---------	-----------

3	1.16001	0.0207507
---	---------	-----------

4	1.16789	0.00788088
---	---------	------------

5	1.1695	0.00161694
---	--------	------------

6	1.16958	0.0000745621
---	---------	--------------

7	1.16958	1.59289×10^{-7}
---	---------	--------------------------

8	1.16958	6.11289×10^{-13}
---	---------	---------------------------

$\theta(\delta) = \{0.93721, -6.74866 \times 10^{-9}\}$

i=2 $\delta=0.93722$

i	z	s
---	---	---

0	1.	
---	----	--

1	1.0943	0.0943035
---	--------	-----------

2	1.13965	0.0453428
---	---------	-----------

3	1.1608	0.0211505
---	--------	-----------

4	1.16924	0.0084423
---	---------	-----------

5	1.17124	0.00199983
---	---------	------------

6	1.17137	0.000126857
---	---------	-------------

7 1.17137 5.1491×10^{-7}
 8 1.17137 8.12594×10^{-12}

$$\theta(\delta) = \{0.93722, -7.11097 \times 10^{-9}\}$$

i=3 $\delta=0.93723$

i z s

0 1.

1 1.09446 0.0944588

2 1.14004 0.0455789

3 1.1616 0.0215601

4 1.17066 0.00905821

5 1.17316 0.00250643

6 1.17339 0.000227539

7 1.17339 1.90827×10^{-6}

8 1.17339 1.33308×10^{-10}

$$\theta(\delta) = \{0.93723, -7.55231 \times 10^{-9}\}$$

i=4 $\delta=0.93724$

i z s

0 1.

1 1.09461 0.0946141

2 1.14043 0.0458162

3 1.16241 0.02198

4 1.17215 0.00973587

5 1.17534 0.00319288

6 1.17578 0.000439667

7 1.17579 8.67569×10^{-6}

8 1.17579 3.37695×10^{-9}

$$\theta(\delta) = \{0.93724, -8.11064 \times 10^{-9}\}$$

i=5 $\delta=0.93725$

i z s

0 1.

1 1.09477 0.0947695

2 1.14082 0.0460548

3 1.16323 0.0224104

4 1.17372 0.0104838

5 1.17787 0.00415169

6 1.17882 0.000954618

7 1.17888 0.0000565364

8 1.17888 1.99731×10^{-7}

9 1.17888 2.23754×10^{-12}

$$\theta(\delta) = \{0.93725, -8.87779 \times 10^{-9}\}$$

$$i=6 \quad \delta=0.93726$$

i	z	s
0	1.	
1	1.09492	0.0949249
2	1.14122	0.0462945
3	1.16407	0.0228516
4	1.17538	0.0113121
5	1.18093	0.00554558
6	1.18352	0.00259089
7	1.18453	0.00100794
8	1.18475	0.000219096
9	1.18476	0.0000114371
10	1.18476	3.13116×10^{-8}

$$\theta(\delta) = \{0.93726, -1.04949 \times 10^{-8}\}$$

$$i=7 \quad \delta=0.93727$$

i	z	s
0	1.	
1	1.09508	0.0950803
2	1.14162	0.0465355
3	1.16492	0.0233042
4	1.17715	0.0122329
5	1.18484	0.00768736
6	1.1997	0.0148597
7	1.19114	0.0085588
8	1.18263	0.00851451
9	1.19128	0.00865442
10	1.1829	0.00838475

$$\theta(\delta) = \{0.93727, -0.0000253269\}$$

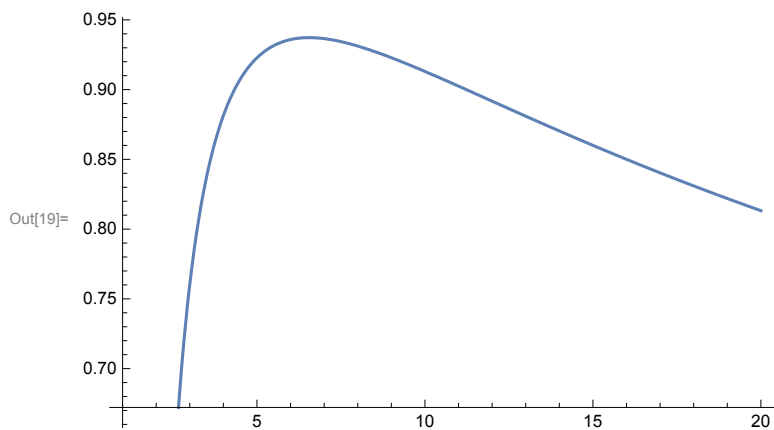
Pro hodnotu parametru $\delta = 0.93727$ již nedostaneme řešení.

Přesné řešení je $\theta(x) = \ln\left(\frac{1}{2} a \left(1 - \tanh^2\left(\frac{1}{2} a x^2\right)\right)\right)$, konstantu a získáme z podmínky $\theta(\delta)=0$

Výpočet kritického δ^*

graf závislosti $\delta(a)$, kde $a = 2 e^{\theta(0)}$

In[19]:= **Plot**[**2 ArcTanh**[**Sqrt**[**1 - 2 / a**]] / **Sqrt**[**a**], {**a**, **1**, **20**}



In[20]:= **a = .**

In[21]:= **rov = D**[**2 ArcTanh**[**Sqrt**[**1 - 2 / a**]] / **Sqrt**[**a**], **a**] == **0**

Out[21]=
$$\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{2}{a}} a^{3/2}} - \frac{\text{ArcTanh}\left[\sqrt{1 - \frac{2}{a}}\right]}{a^{3/2}} == 0$$

In[22]:= **a1 = FindRoot**[**rov**, {**a**, **6**}]

Out[22]= {**a** → **6.55344**}

Kritická hodnota parametru δ

In[23]:= **$\delta = 2 \text{ArcTanh}[\text{Sqrt}[1 - 2 / a]] / \text{Sqrt}[a] /. a1$**

Out[23]= **0.937261**