

Historické poznámky

Začátky matematického modelování, kdy se objevily první snahy popsat přírodní zákony pomocí vztahů mezi měřitelnými veličinami, lze sledovat přibližně od 17. století. Náznaky takového přístupu najdeme u GALILEA GALILEIHO (1562–1642), ISAACA NEWTONA (1643–1727), GOTTFRIEDA WILHELMA VON LEIBNIZE (1646–1716), či LEONHARDA EULERA (1707–1783).

Mezi dnes již klasické modely pak řadíme výsledky z 19. století – teorii vedení tepla, pružnosti, rovnice elektromagnetického pole a další. Svůj podíl na nich mají mimo jiných JEAN BAPTISTE JOSEPH FOURIER (1768–1830), AUGUSTIN LOUIS CAUCHY (1789–1857), SIMÉON DENIS POISSON (1781–1840), JAMES CLERK MAXWELL (1831–1879) a další.

Zcela nové obzory přinesly do této disciplíny počítače a numerické metody, od druhé poloviny 20. století se tak píše nová kapitola matematického modelování.

* * *

V následujících řádcích uvedeme několik historických doplňujících poznámek, které se vztahují k vybraným matematickým modelům, o kterých jsem se zmínili v předchozí teoretické části našeho textu.



Historická poznámka k Malthusově modelu

Nejjednodušší růstový model, o kterém jsme se zmínili v přehledu modelů růstu populace živých organismů, nese jméno britského ekonoma a demografa THOMASE ROBERTA MALTHUSE (1766–1834).



Thomas Robert Malthus (1766–1834)

Malthus se zabýval otázkami vývoje společnosti. Byl přesvědčen, že přírodní zákony nedovolí lidem dosáhnout stavu dokonalé společnosti a vždy bude nutná existence vrstvy obyvatel žijící na pokraji chudoby.

Své názory publikoval ve formě pamfletů, stejně jako v roce 1798 své stěžejní dílo *An Essay on the Principal of Population*. V pozdějších letech tuto esej několikrát opravil a vylepšil, vydal pět dalších verzí v letech 1803, 1806, 1807, 1817 a 1826. Jeho model předpokládal, že rychlost růstu populace je přímo úměrná počtu jedinců této populace. Z matematického hlediska tak Malthusův model

$$x'(t) = ax(t)$$

odpovídá lineární diferenciální rovnici prvního řádu s konstantními koeficienty, jejíž řešení připouští neomezený nárůst populace. V přírodě ovšem exponenciální růst není trvale udržitelný, a tak byl Malthusův model brzy překonán a nahrazen modely, které lépe popisují přírodní ekosystémy.

Historická poznámka k logistické rovnici

Jednoduchý Malthusův model růstu populace lze zpřesnit zohledněním vnitrodruhové konkurence. S takovým modelem přišel jako první belgický matematik PIERRE FRANÇOIS VERHULST (1804–1849). V práci *Notice sur la loi que la population suit dans son accroissement*, Correspondence Mathématique et Physique 10, 113–121, 1838, použil rovnici, kterou jsme v předchozím textu popsali jako

$$x'(t) = (a - bx(t))x(t),$$

pro lidskou populaci žijící v roce 1838.



Pierre François Verhulst (1804–1849)

Navrhovaný model ovšem nedosáhl očekávané shody s experimentálními daty, což mohlo být zaviněno nepřesným sčítáním lidu. V práci *Recherches mathématiques sur la loi d'accroissement de la population*, Nouveaux Mémoires de l'Académie Royale des Sciences et Belles-Lettres de Bruxelles 18, 1-42, v roce 1845 pak Verhulst prezentoval zcela moderní odvození logistické rovnice. Jeho výsledek však za jeho života nebyl doceněn. „Znovuobjeven“ byl až v roce 1920 RAYMONDEM PEARLEM (1879–1940) a LOWELLEM JACOBEM REEDEM (1886–1966), kteří jej prosazovali jako zákon přírody. Viz práce *On the rate of growth of the population of the United States since 1790 and its mathematical representation*, Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America 6, 275–288, 1920.

Historická poznámka ke Gompertzově křivce

Řešení rovnice

$$x'(t) = - \left(a \ln \frac{x(t)}{K} \right) x(t)$$

jsme v předchozím textu označili jako Gompertzovu křivku. Nese jméno Angličana BENJAMINA GOMPERTZE (1779–1865). Gompertz byl matematik samouk, neboť kvůli svému židovskému původu nebyl přijat na univerzitu. Přesto se zapsal do historie matematiky svým demografickým modelem *On the nature of the function expressive of the law of mortality, and on a new method of determining the value of life contingencies*, Philosophical Transactions of the Royal Society 27, 513–585, 1825, který formuloval jako tzv. zákon snižujícího se přežití.



BENJAMIN GOMPERTZ

Benjamin Gompertz (1779–1865)

Historická poznámka k modelu Lotka–Volterra

Tento model bývá často označován jako model „dravec–kořist“ (predator–prey), neboť popisuje populační dynamiku vyjadřující závislost počtu dravců na počtu jedinců představujících jejich kořist. Byl pojmenován po autorech, kteří jej sestavili nezávisle na sobě v letech 1925 a 1926.

ALFRED JAMES LOTKA (1880–1949) byl americký vědec, který se zabýval matematikou, chemií, demografií, biofyzikou a ekologií, přestože většinu života strávil jako zaměstnanec v pojišťovně Metropolitan Life Insurance Company. Světově proslul rovněž svými výsledky v oblasti zkoumání rozložení počtu publikovaných prací mezi autory vědeckých článků (tzv. Lotkův zákon).



Alfred James Lotka (1880–1949)

Lotka se teoreticky zabýval studiem oscilací chemických systémů. Zjistil, že hypotetický systém popsany prostřednictvím následných chemických reakcí může při svém přechodu do rovnovážného stavu projít tlumenými oscilacemi. Viz např. pojednání Lotka A. J., *Contribution to the Theory of Periodic Reaction*, J. Phys. Chem. 14, 271–274, 1910; Lotka A. J., *Zur Theorie der periodischen Reaktionen*, Z. Physik. Chem. 72, 508, 1910. Později Lotka aplikoval analogii chemických systémů na biologické systémy, viz např. Lotka A. J., *Elements of Physical Biology*, Williams and Wilkins Co., Baltimore, 1925.



Vito Volterra (1860–1940)

SAMUEL GIUSEPPE VITO VOLTERRA (1860–1940) byl italský matematik a fyzik židovského původu, známý díky svým výsledkům v matematické biologii a teorii integrálních rovnic.

Od mládí byl nadaným matematikem, mimo jiné v pouhých 21 letech zkonstruoval funkci f , jejíž derivace f' existuje všude, zatímco Riemannův integrál $\int_a^b f'(x) dx$ neexistuje. Volterra působil jako profesor mechaniky na univerzitách v Pise, Turíně a Římě, dokonce byl po určitou dobu i senátorem italského parlamentu. Po skončení první světové války, během níž sloužil u letectva, se začal věnovat matematické biologii. Navázal na výsledky Pierra Françoise Verhulsta. Po nástupu fašistického režimu v Itálii byl nucen místo na univerzitě opustit a poslední roky života trávit v zahraničí (do Říma se vrátil jen krátce před svou smrtí). Volterrovo jméno dnes nese jeden z měsíčních kráterů.

Ve 20. letech 20. století Volterru oslovil jeho budoucí zeť, biolog UMBERTO D'ANCONA (1896–1964) zabývající se studiem populace ryb v Jaderském moři v průběhu a po skončení první světové války. Snažil se najít vysvětlení svých pozorování prostřednictvím vhodného matematického modelu. D'Ancona sledoval v letech 1914 až 1923 počty jednotlivých druhů ryb prodaných na trhu v Rijece, Terstu a Benátkách a mezi nimi na počty žraloků a dalších „dravců“. Z těchto údajů vyvodil závěr, že v době války došlo při omezení rybolovu k prudkému nárůstu počtu predátorů, přičemž po čase nastala přirozená rovnováha mezi počtem predátorů a jejich kořistí. Po obnovení rybolovu po skončení války došlo k porušení rovnováhy a poklesu počtu predátorů.

Vito Volterra vytvořil dokonce několik matematických modelů popisujících interakci dvou a více biologických druhů. S jednoduchým modelem „dravec–kořist“ jste se seznámili při studiu předmětu Matematika II, viz skripta Turzík D. a kol., *Matematika II ve strukturovaném studiu*, VŠCHT Praha, 2005, str. 86–89.

Historická poznámka k Bělousovově–Žabotinského reakci

Bělousovova-Žabotinského reakce je pravděpodobně nejznámější oscilující chemickou reakcí, někdy bývá označována jako chemické hodiny.



Boris Pavlovič Bělousov (1893–1970)

Ruský chemik a biofyzik BORIS PAVLOVIČ BĚLOUSOV (1893–1970) se narodil v silně proticarsky orientované rodině, která byla po revoluci v roce 1905 nucena opustit svou vlast. Rodina se usadila ve Švýcarsku, a tak měl Boris P. Bělousov možnost studovat chemii v Curychu. Po vypuknutí první světové války se vrátil do Ruska, ale do armády nebyl přijat ze zdravotních důvodů. Později pracovat ve vojenské laboratoři a v toxikologické laboratoři ministerstva zdravotnictví. V roce 1951 objevil oscilující chemickou reakci. Zpozoroval, že ve směsi bromičnanu draselného, síranu ceričitého a kyselin propionové a citronové ve zředěné kyselině sírové osciluje koncentrace ceričitých a ceritých iontů tak, že se směs střídavě zabarvuje žlutě a odbarvuje do bezbarvé formy.

Ovšem článek, který o svém objevu napsal, nebyl po dobu mnoha let přijat k publikaci, což Bělousov velmi těžce nesl. Původní rukopis byl vydán až dlouho po jeho smrti. Ruská verze (Bělousov, B. P., *Autowave Processes in Systems with Diffusion*, USSR Academy of Sciences, 176–186, 1981) byla o čtyři roky později následován překladem do angličtiny (Bělousov, B. P., *Oscillations and Travelling Waves in Chemical Systems*, Wiley, New York, 605–613, 1985). Recenzenti své zamítavé stanovisko zdůvodňovali tím, že taková reakce není možná a je v rozporu s druhým zákonem termodynamickým. V té době totiž vědecká veřejnost předpokládala, že každá chemická reakce musí rychle dospět do stavu termodynamické rovnováhy. Na protest proti aroganci recenzentů významných časopisů v roce 1958 uveřejnil abstrakt své práce v nerecenzovaném sborníku z konference o radiační biologii (viz Bělousov B. P., Ref. Radiats. Med. 145, 1958). Popud k tomuto kroku vzešel od biochemika SIMONA ELEVICHE SHNOLLA (nar. 1930), který později zadal problém ověření výsledků B. P. Bělousova svému doktorandovi A. Žabotinskému.



Anatol Markovič Žabotinský (1938–2008)

ANATOLIJ MARKOVIČ ŽABOTINSKÝ (1938–2008) díky svému nadání experimentovat a pečlivosti brzy potvrdil Bělousovu objev. Není bez zajímavosti, že „západní“ vědecká komunita se s B-Z systémem seznámila až v roce 1968 v Praze na konferenci o biochemických a biologických oscilátorech (stalo se tak krátce před okupací Československa vojsky spřátelených armád). Fantastický objev B. P. Bělousova se dočkal nejvyššího státního vyznamenání za vědu v roce 1980, když spolu s Anatolijem Žabotinským, Genrikhem Ivanitským, Valentinem Krinským a Albertem Zaikinem získali tzv. Leninovu cenu.

I přes toto ocenění neměl A. M. Žabotinský povoleno vycestovat za hranice Sovětského svazu až do pádu totalitního režimu (důvodem mohl být jeho židovský původ i jeho tendence pronášet politicky nevhodné poznámky). Když se v roce 1991 konečně dostal do USA, zůstal tam až do své smrti.

Pro podrobnější informace o začátcích historie B-Z reakce viz např. Winfree A. T., *The Prehistory of the Belousov-Zhabotinsky Oscillator*, Journal of Chemical Education 61, 661–663, 1984.

Historická poznámka k modelu radioaktivního rozpadu

Model radioaktivního rozpadu odpovídající jednoduché diferenciální rovnici

$$\frac{dN}{N} = -\lambda dt$$

nachází široké uplatnění v řadě oborů – mimo jiné v medicíně, energetice atd.

Radiouhlíková metoda

Zajímavá je možnost využití modelu pro datování stáří archeologických nálezů obsahujících zbytky hmoty organického původu. Vynálezcem radiouhlíkové metody je americký chemik Willard Frank Libby (1908-1980), nositel Nobelovy ceny za chemii. Podstata tzv. radiouhlíkové metody spočívá v měření aktivity zbytku radioaktivního izotopu uhlíku ^{14}C , který se dostává do živých organismů ve formě CO_2 během dýchání či při fotosyntéze, přičemž v průběhu života organismu se v těle udržuje rovnováha mezi uhlíkem ^{12}C a ^{14}C . Po úmrtí organismu už nedochází k dalšímu doplňování izotopu ^{14}C z atmosféry a tento izotop už se jen rozpadá. Zjištěním jeho koncentrace ve vzorku tak lze přibližně odhadnout stáří studovaného nálezu.

- Pomocí radiouhlíkové metody bylo např. určeno stáří maleb v jihofrancouzské jeskyni Lascaux na cca 15 500 let.
- Dalším slavným příkladem použití této metody bylo datování stáří tzv. Turínského plátna, kde bylo z použitého vzorku s 90% přesností stanoveno datum jeho vzniku mezi roky 1290 až 1360.
- Na konci 20. století se prostřednictvím radiouhlíkové metody podařilo datovat železnou korunu Karla Velikého (drahokamy byly v koruně usazeny s pomocí směsi obsahující včelí vosk) do období 700–780 n.l., což je ve velmi dobré shodě s rokem 800, kdy byl korunován.



Odhad stáří maleb

Model radioaktivního rozpadu sehrál také důležitou roli ve slavné aféře 20. století rozpoutané okolo obrazů Han van Meegerena (1889–1947). Tento nizozemský malíř je dodnes považován za jednoho z nejlepších světových padělatelů umění. Specializoval se na díla holandského mistra Jana Vermeera van Delft (1632–1679), která se během staletí ztratila. Meegerenův obraz *Emauzští učedníci* byl řadu let nejvýznamnějším exponátem Boymanova muzea v Rotterdamu a mnozí lidé dodnes odmítají připustit možnost, že jde o padělek. Meegeren měl totiž velmi dobře zvládnutou techniku Vermeerovy malby a kombinoval několik metod, jak napodobit znaky staré malby: používal plátna ze starých obrazů a míchal speciální druhy barev, které po zahřátí obrazu v troubě ztvrdly a imitovaly dojem obrazu starého několik staletí.

Pravděpodobně by nikdy nebyl odhalen, kdyby jeden ze svých zdařilých padělků neprodal říšskému maršálovi Hermannu Göringovi (1893–1946). Za tento čin byl po skončení druhé světové války souzen za napomáhání vykrádání holandského kulturního dědictví a kolaboraci s nacisty. Takovou potupu nechtěl dopustit a raději se přiznal k padělatelství. Mnozí experti, kteří si předtím od něj sami zakoupili některé z Vermeerových falzifikátů, ovšem potvrzovali pravost maleb. Až když Meegeren ve vězení načrtl původní kresbu ukrytou na pozadí na plátně pod Emauzskými učedníky a rentgenové paprsky prokázaly, že kresba pod vrchní malbou skutečně je, potvrdily se pochyby o pravosti obrazu. Nezpochybnitelný důkaz pak přišel za pomoci chemie a modelu radioaktivního rozpadu. Meegeren si míchal barvy sám a rozbořem bylo zjištěno, že množství radioaktivního olova ^{210}Pb a radioaktivního radia ^{226}Ra v bílém olovu použitém v barvě na obraze rozhodně neodpovídalo malbě staré 300 let. Viz např. kniha Coremans P. B., *Van Meegerens Faked Vermeers and De Hoogs*, J.M. Meulenhoff Amsterdam, 1949.

