

U 3.9

zdrojový kód Maple / J. Lindner / podpořeno projektem OPPA CZ.2.17/3.1.00/33248



**Evropský sociální fond
Praha & EU: Investujeme do vaší budoucnosti**



Zadání úlohy:

U3.9 Voda se přivádí k turbíně novým ocelovým potrubím, které má vnitřní průměr 240 mm. Na vstupu do potrubí je přetlak 20 kPa. Průměr trysky, z níž voda proudí na rotor turbíny, je 80 mm. Ústí trysky je 60 m pod vstupem do potrubí a je v něm podtlak 9,81 kPa. Minimální teplota vody během provozu je 12°C. Určete:

- jaká by byla střední rychlost proudu vody, vystupujícího z trysky, kdyby se voda chovala jako ideální kapalina,
- jak rychle bude voda vytékat, je-li součet délky rovného potrubí a ekvivalentních délek vyjadřujících místní odpory 600 m?

> **restart; Digits:=5:**

Vstupní data ze zadání

```
> d1:=0.24:           # prumer potrubí na sirsim konci [m]
  d2:=0.08:           # prumer trysky [m]
  z1:=60:             # vyska horni konec [m]
  z2:=0:              # vyska dolni konec [m]
  delta_p1:=20e3:     # pretlak na hor. konci [Pa]
  delta_p2:=-9.81e3:  # podtlak na dol. konci [Pa]
  p_atm:=p_atm:       # atmosfericky tlak [Pa]
  t:=12:              # teplota vody [°C]
  l_celk:=600:        # delka + suma ekv. delek [m]
```

Dodatečné údaje (z tabulek)

```
> g:=9.81:            # tihove zrychleni [m/s^2]
  eps:=2e-4:          # drsnost potrubí [m]
  ro:=999.54:         # hustota vody [kg/m^3]
  eta:=1.234e-3:      # dynamicka viskozita vody [Pa*s]
```

a) Rychlost vytoku ideální kapaliny: řešení soustavy rovnic Bernoulliovy a rovnice kontinuity:

```
> S1:=Pi*d1^2/4:
  S2:=Pi*d2^2/4:
  br:=delta_p1/ro+z1*g+v1_id^2/2=delta_p2/ro+z2*g+v2_id^2/2:
  rk:=S1*v1_id=S2*v2_id:
  res:=solve({br,rk},{v1_id,v2_id}); # vyjde v [m/s]

      res := {v2_id = -35.388, v1_id = -3.9320}, {v1_id = 3.9320, v2_id = 35.388}
```

Prirazení výsledku - záporné řešení nemá fyz. smysl [m/s]

```
> v2_id:=35.388: v1_id:=3.9320:
```

Alternativa: rychlost v2_id lze vyjádřit z výše uvedené soustavy rovnic i přímo, vyjde v [m/s]:

```
> #
  v2_id:=(2/(1-(S2/S1)^2)*((p_atm+delta_p1)-(p_atm+delta_p2))/ro+
```

```
(h1-h2)*g))^0.5;
```

b) Rychlost vytoku realne kapaliny: iteracni vypocet, jako prvni nastrel pouzijeme v2_id:

Prvni iterace

```
> v1:=S2/S1*v2_id;
Reynolds:=d1*v1*ro/eta;
lambda:=0.25/(log10((6.81/Reynolds)^0.9+eps/d1/3.7))^2;
v1:=S2/S1*v2;
Bernoulli:=delta_p1/ro+z1*g+v1^2/2=delta_p2/ro+z2*g+v2^2/2+lambda
a*l_celk/d1*v1^2/2:
solve({Bernoulli},{v2});          # vyjde v [m/s]

v1 := 3.9320
Reynolds := 764380.
λ := 0.019337
{v2 = -27.940}, {v2 = 27.940}
> v2:=27.940;          # prirazeni kladneho korene [m/s]
v2 := 27.940
```

Druha iterace

```
> v1:=S2/S1*v2;
Reynolds:=d1*v1*ro/eta;
lambda:=0.25/(log10((6.81/Reynolds)^0.9+eps/d1/3.7))^2;
unassign('v2'):
v1:=S2/S1*v2;
Bernoulli:=delta_p1/ro+z1*g+v1^2/2=delta_p2/ro+z2*g+v2^2/2+lambda
a*l_celk/d1*v1^2/2:
solve({Bernoulli},{v2});

v1 := 3.1044
Reynolds := 603500.
λ := 0.019460
{v2 = -27.906}, {v2 = 27.906}
> v2:=27.906;          # prirazeni kladneho korene [m/s]
v2 := 27.906
```

Treti iterace

```
> v1:=S2/S1*v2;
Reynolds:=d1*v1*ro/eta;
lambda:=0.25/(log10((6.81/Reynolds)^0.9+eps/d1/3.7))^2;
unassign('v2'):
v1:=S2/S1*v2;
Bernoulli:=delta_p1/ro+z1*g+v1^2/2=delta_p2/ro+z2*g+v2^2/2+lambda
a*l_celk/d1*v1^2/2:
solve({Bernoulli},{v2});

v1 := 3.1006
Reynolds := 602760.
```

$\lambda := 0.019460$
 $\{v2 = -27.906\}, \{v2 = 27.906\}$

[Dalsi iterace nema smysl...

ALTERNATIVNI POSTUP: Primy vypocet (iteracni vypocet provadi Maple interne); nutna kontrola spravneho vztahu pro lambda!

```
> unassign('v0', 'v1');
> Reynolds:=d1*v1*ro/eta:
lambda:=0.25/(log10((6.81/Reynolds)^0.9+eps/d1/3.7))^2:
v2:=S1/S2*v1:
Bernoulli:=delta_p1/ro+z1*g+v1^2/2=delta_p2/ro+z2*g+v2^2/2+lambda
a*l_celk/d1*v1^2/2:
res2:=fsolve({Bernoulli},{v1=0..20});
```

$res2 := \{v1 = 3.1006\}$

```
> assign(res2): # [m/s]
Reynolds;
```

602760.

[Re > 2300 => vztah pro lambda byl pouzit spravne

```
> v2:=S1/S2*v1; # [m/s]
```

$v2 := 27.905$

[>