

# 10 Usazování

**Hlavní cíle kapitoly:** Definovat pojem usazování, uvést technický význam tohoto procesu a typické případy jeho technické realizace, vysvětlit princip činnosti některých zařízení využívajících usazování. Kvantitativně popsat usazování jednotlivé částice pomocí rovnic uvedených v rozměrové i bezrozměrové formě a uvést postupy k výpočtu rychlosti usazování kulové částice. Ukázat vliv tvaru částice a koncentrace častic na usazování. Odvodit vztahy pro výpočet parametrů kontinuálního gravitačního usazováku a vysvětlit způsob navrhování cyklónů.

**Požadované znalosti:** Archimedův zákon, Newtonovy pohybové zákony, pojmy turbulentní a laminární proudění, disipace mechanické energie, gravitační, odstředivá, elektrostatická a magnetická síla.

## 10.1 Základní pojmy

Usazování čili sedimentaci definujeme jako proces, při němž dochází vlivem působení objemové (hmotnostní) síly k oddělení dispergovaných častic od tekutiny, tj. od disperzního prostředí.

Běžně budeme předpokládat, že objemová síla je vyvolána *gravitačním* nebo *odstředivým zrychlením*. Potom je nutnou podmínkou, aby došlo k usazování, rozdíl hustot dispergovaných častic (pevná fáze, kapalina, plyn) a disperzního prostředí (kapalina, plyn). Při nulovém rozdílu těchto hustot se částice v tekutině volně vznášejí a k usazování nedojde (V případě působení magnetické nebo elektrostatické síly musí existovat rozdíl v magnetických nebo elektrostatických vlastnostech častic a prostředí.)

Pro usazování přicházejí v úvahu tyto disperze:

Disperze	Dispergovaná fáze	Disperzní prostředí
suspenze	pevná fáze (částice)	kapalina, plyn
emulze	kapalina (kapky)	kapalina*)
mlha	kapalina (kapky)	plyn
aerovaný systém (disperze)	plyn (bubliny)	kapalina

Pevné částice bud' nemění svoji velikost a tvar, nebo naopak mění tvar a velikost vlivem dalšího souběžně probíhajícího procesu (např. krystalizace, sublimace, rozpouštění, chemická reakce). Kapalné a plynné částice (kapky, bubliny) se snadno deformují a dochází k jejich koalescenci (spojování) nebo ke štěpení, takže v průběhu jejich usazování nastává zpravidla změna jejich tvaru a velikosti.

\*) Dispergovaná a disperzní fáze jsou nemísitelné kapaliny.

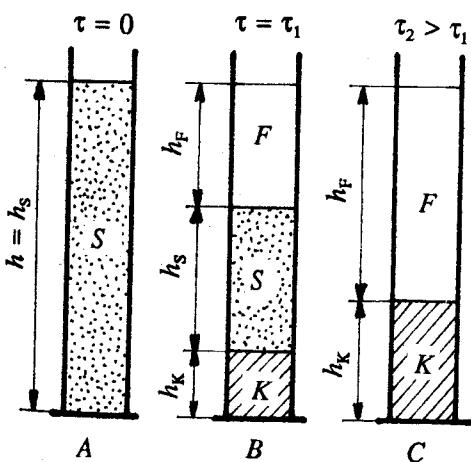
Pro jednoduchost se v dalším orientujeme na případ, kterým je *usazování pevných částic neměnného tvaru a velikosti*, rozptýlených v kapalině nebo plynu. V principu však platí dále uvedené zákonitosti (část 10.3) i ve složitějších případech.

Jsou-li v suspenzi obsaženy částice různých velikostí, hustot nebo tvarů, jejich rychlosť usazování je zpravidla odlišná. To bývá využíváno ke vzájemnému *roztrídění částic různých vlastností*. Tento proces se též nazývá *klasifikace* nebo *rozdružování*.<sup>\*)</sup>

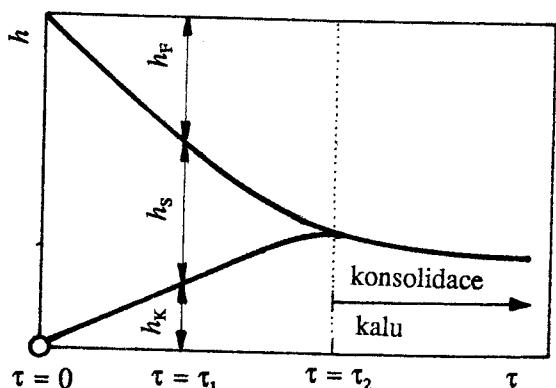
Technickým účelem usazování je

- a) vyčištění tekutiny od suspendovaných částic,
- b) získání suspendovaných částic separací od tekutiny,
- c) získání vyčištěné tekutiny současně se získáním oddělených částic,
- d) roztrídění částic různých vlastností, tj. různých velikostí, hustot nebo tvarů.

Proces usazování ilustrujeme jednoduchým pokusem, jehož jednotlivé fáze jsou ukázány na obr.10.1. Pevné částice o hustotě  $\rho_s$  jsou suspendovány ve vodě o hustotě  $\rho_f$ . Platí  $\rho_s > \rho_f$ . Suspenze se nachází ve vertikálním válci a na částice působí pouze gravitační zrychlení. V čase  $\tau = 0$  (případ A) jsou částice rovnoměrně rozptýleny v suspenzi S. Vlivem rozdílu hustoty částic a tekutiny a působící gravitační sily dojde k usazování pevných částic. V čase  $\tau_1 > 0$  (případ B) jsou vytvořeny 3 vrstvy: F - vyčištěná tekutina, S - suspenze, K - kal (nebo též sediment)<sup>\*\*)</sup>. V čase  $\tau_2 > \tau_1$  je usazování v podstatě skončeno, neboť



Obr.10.1. Ilustrace procesu usazování pevných částic s hustotou  $\rho_s$  větší, než má tekutina v gravitačním poli



Obr.10.2. Časový průběh jednoduchého pokusu ilustrovaného na obr.10.1

<sup>\*)</sup> V úpravnictví se témtoto pojmu připisuje speciální význam. Za třídění se považuje rozdělování částic pouze podle velikosti a za rozdružování pouze podle hustot. Zde nebude tyto speciální termíny rozlišovat.

<sup>\*\*) Zde jsou použity stejné symboly pro obdobné soustavy jako v případě filtrace, kde bylo F - filtrát, S - suspenze, K - filtrační koláč.</sup>

vymizela suspenze. Ve skutečnosti může ještě probíhat zhutňování neboli konsolidace kalu, tj. klesá dále výška kalové vrstvy.

Obr.10.2 ukazuje časový průběh jednoduchého pokusu ilustrovaného na obr.10.1. Na obr.10.2 je vynesena závislost výšky jednotlivých vrstev suspenze  $h_s$ , vyčištěné tekutiny  $h_F$  a kalu  $h_K$  na čase  $\tau$ . Jsou zde též vyznačeny fáze A, B, C z obr.10.1. Z obr.10.2 je vidět, že v čase  $\tau > 0$  se začnou z původní suspenze S vytvářet vrstvy čisté tekutiny F a kalu K. V čase  $\tau_2$  vymizí suspenze S a pro čas  $\tau > \tau_2$  se dále poněkud snižuje výška  $h_K$  (konsolidace kalu) a zvyšuje se výška  $h_F$ .

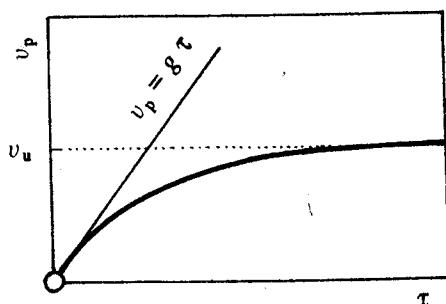
Po skončeném usazování částic se oddělí vyčištěná tekutina F od kalu K. Kal se může podrobit filtrace a promývání nebo se kal rozmíchá v promývací kapalině (obdoba repulpace při filtraci) a nechá se znova usadit. Tento proces se nazývá *dekantace*.

Vysvětleme si nyní pojem *rychlosť usazování*  $v_u$ . Představme si, že vložíme pevnou částici, jejíž hustota je  $\rho_s$ , do klidné reálné tekutiny o hustotě  $\rho_f < \rho_s$  a že jedinou měrnou objemovou silou je gravitační zrychlení  $g$ . Částice se začne pohybovat ve směru působícího gravitačního zrychlení, tj. dolů, a její rychlosť  $v_p$  se zvyšuje. Pro rovnoměrně zrychlený pohyb je ve fyzice (např. [37], str.39) uváděna rovnice

$$v_p = g\tau + v_{p0} \quad (10-1)$$

Protože v našem případě je počáteční rychlosť částice nulová, tj.  $v_{p0} = 0$ , je vztah (10-1) vyjádřen v obr.10.3 přímkou procházející počátkem a mající směrnicí  $g$ . Rov.(10-1) byla odvozena za předpokladu, že na pohyb částice nemá vliv odpor prostředí (tekutiny), tj. že se částice pohybuje buď ve vakuu, nebo v ideální tekutině.

Při pohybu v reálné tekutině se však uplatňuje srostoucí hodnotou rychlosti částice rostoucí *odpor prostředí proti pohybu částice*. Rychlosť částice  $v_p$  se pak nemění podle rov.(10-1), ale podle křivky v obr.10.3. Po dosažení rovnováhy sil působících na částici se částice pohybuje konstantní rychlosťí  $v_u$ , kterou nazýváme *rychlosť usazování*. Lze ukázat (např. [9], str.112 nebo [38], str.33), že 99 % této rychlosti je dosaženo ve velmi krátké době, která u běžných technických případů činí zlomek sekundy. Tomu odpovídá velmi krátký úsek počáteční dráhy.



Obr.10.3. K definici rychlosti usazování částice  $v_u$

Jestliže je usazování částice v klidné tekutině rychlosťí  $v_u$  vyvoláno gravitačním nebo odstředivým zrychlením, je směr pohybu částice určen v souladu s Archimedovým zákonem znaménkem rozdílu hustot ( $\rho_s - \rho_f$ ). Je-li

$$\text{sign} (\rho_s - \rho_f) = +1 \quad (10-2a)$$

pohybuje se částice po dosažení rychlosti  $v_u$  ve směru působící objemové síly a  $v_u > 0$ <sup>\*)</sup>. Pokud

$$\text{sign} (\rho_s - \rho_f) = -1 \quad (10-2b)$$

pohybuje se opačným směrem, tj.  $v_u < 0$ . Při usazování částic křemenného písku v nepohybující se vodě ( $\rho_s > \rho_f$ ) klesají písková zrna ke dnu ( $v_u > 0$ ), což odpovídá našemu jednoduchému pokusu podle obr. 10.1 a 10.2. Naopak při usazování kapiček tuku rozptýlených ve vodě (hustota tuku je menší než hustota vody) dochází k pohybu tukových částic k hladině (srovnejte s tvorbou smetany u hladiny mléka) a  $v_u < 0$ .

Uvedené směry usazování byly vysvětleny na případech, kdy se částice usazuje v nepohybující se tekutině a kdy je rychlosť částice  $v_p$  rovna rychlosťi usazování  $v_u$ . Pokud se disperzní prostředí pohybuje rovnoběžně vůči působící objemové síle rychlosťi  $v_f$ , je třeba uvažovat rychlosť usazování  $v_u$  relativně vůči tekutině.

Hodnota usazovací rychlosťi  $v_u$  se tím nezmění. Změní se však hodnota rychlosťi pohybu částice  $v_p$  vůči vnějšímu pozorovateli, vůči němuž se rovněž uvažuje rychlosť tekutiny  $v_f$ .

Na obr. 10.4 jsou znázorněny různé případy usazování částice pro  $\rho_s > \rho_f$  a  $\rho_s < \rho_f$  v gravitačním poli. Je zde graficky vyjádřen vztah mezi rychlosťi usazování  $v_u$ , tekutiny  $v_f$  a částice  $v_p$  pro  $v_f < 0$ ,  $v_f = 0$  a  $v_f > 0$ . Všechny dílčí obrázky vyjadřují zkutečnost, že rychlosť pohybu částice  $v_p$  je dána součtem rychlosťi tekutiny  $v_f$  a rychlosťi usazování  $v_u$ , tj. platí<sup>\*\*</sup>

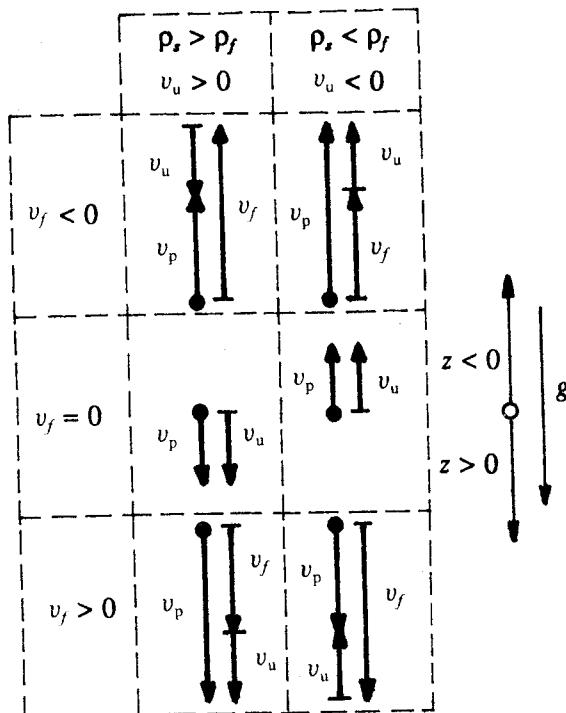
$$v_p = v_f + v_u \quad (10-3)$$

Z obr. 10.4 a z rov. (10-3) je patrné, že rychlosť usazování při tzv. paralelním pohybu je dána rozdílem rychlosťi částice  $v_p$  a rychlosťi tekutiny  $v_f$ . Např. pro částice s hustotou větší, než má tekutina (viz obr. 10.4), tj. pro  $\rho_s > \rho_f$ , se při vertikálním pohybu tekutiny rychlosťi  $v_f$  směrem nahoru (v gravitačním poli) částice zpožďují za tekutinou (propadávají se) rychlosťi  $v_u$ , které se proto někdy říká *skluzová rychlosť*. Tato situace nastává ve vertikálních úsecích pneumatické nebo hydraulické dopravy zrnitého materiálu nebo v pneumatických či hydraulických tridičích směsi častic různých vlastností. Při sestupném toku tekutiny částice tekutiny předbíhají rychlosťi  $v_u$ . Pro případ  $\rho_s < \rho_f$  je situace obrácená.

Jestliže se tekutina pohybuje jiným směrem, než působí hmotnostní síla, je situace složitější. Tak např. při pohybu tekutiny kolmo na směr gravitační síly je sice částice unášena tekutinou rychlosťi  $v_f$ , ale současně se usazuje rychlosťi  $v_u$  ve směru gravitačního zrychlení  $g$ , neboť zde působí měrná objemová síla.

<sup>\*)</sup> Za kladný směr je zvolen směr působící objemové síly. Např. působí-li gravitační síla jako jediná, je kladným směrem vertikální osy z směru shora dolů.

<sup>\*\*) Rovnice (10-3) je podmíněna tím, že pohyb částice je rovnoměrný ( $v = \text{konst}$ ) a směr pohybu tekutiny je paralelní vůči směru výsledné objemové síly.</sup>



Obr.10.4. Grafické znázornění souvislostí mezi rychlosť usazování částice  $v_u$ , rychlosť částice  $v_p$  a rychlosť tekutiny  $v_f$  při paralelním pohybu tekutiny vzhledem k působení gravitační sily

$$f = g \quad (10-4a)$$

Jiným příkladem je *usazování vlivem odstředivé sily*. Při rotaci systému konstantní úhlovou rychlosť  $\omega$  je v radiálním směru ve vzdálenosti  $r$  od středu křivostí<sup>\*)</sup> odstředivé zrychlení

$$f = \omega^2 r \quad (10-4b)$$

nebo

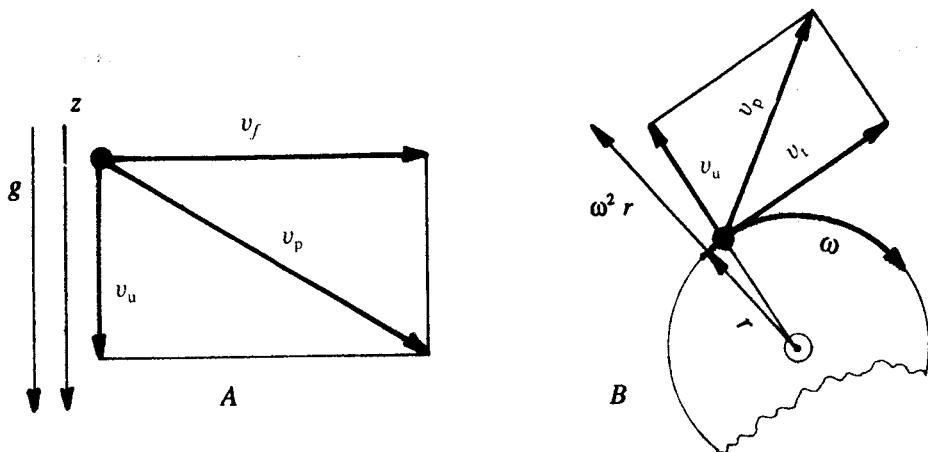
$$f = v_t^2 / r \quad (10-4c)$$

kde  $v_t$  je obvodová (tečná) rychlosť křivočáreho pohybu ve vzdálenosti  $r$ . Mezi veličinami  $\omega$  a  $v_t$  platí vztah

$$v_t = r \omega \quad (10-5)$$

Oba příklady různého směru pohybu tekutiny a působení objemové sily jsou ilustrovány na obr.10.5A a 10.5B. Situace ilustrovaná obr.10.5A nastává v usazovácích s horizontálním prouděním suspenze a v horizontálních úsecích pneumatické a hydraulické dopravy zrnitých materiálů.

<sup>\*)</sup> Podrobně je problematika křivočáreho pohybu popsána v knize [37] na str.40 - 47.



Obr. 10.5. Ilustrace pohybu částice rychlostí  $v_p$  při rychlosti usazování  $v_u$  a při odchylných směrech proudění tekutiny rychlostí  $v_f$ , působí-li měrná objemová síla  $f$

$$A) f = g, B) f = \omega^2 r$$

K situaci ilustrované obr.10.5B dochází v usazovacích odstředivkách, v cyklonech a v jiných odlučovačích nebo třídicích využívajících ke zvýšení účinku změnu směru, jako jsou např. žaluziové odlučovače (viz část 10.2). Kromě toho tato situace nastává též při změně směru pneumatické a hydraulické dopravy zrnitých materiálů, tj. v kolenech potrubní linky.

Vliv změny směru na pohyb částice lze vysvětlit také *setrvačností*: Pevné částice s hustotou  $\rho_s > \rho_f$  mají větší setrvačnost než tekutina a snaží se setrvat v původním směru pohybu. Naproti tomu se tekutina snáze přizpůsobuje změně směru.

Z obr.10.5 je patrné, že obdobu rov.(10-3), avšak pro *nezávislé směry* pohybu tekutiny a působení výsledné hmotnostní síly, zapíšeme univerzální vektorovou rovnici

$$\mathbf{v}_p = \mathbf{v}_f + \mathbf{v}_u \quad (10-6)$$

Z ilustrací, které jsme uvedli, je vidět, že na usazování částic má vliv tok suspenze v usazovacím nebo třídicím zařízení. Proto v části 10.2 nejprve uvedeme principy činnosti nejčastějších usazováků a třídiců. Jejich výpočet se zakládá (stejně jako výpočet filtrů) na hmotnostní bilanci odlučovaného materiálu a na kinetickém vztahu, který umožňuje výpočet rychlosti usazování.

Rychlosť usazování  $v_u$  je však funkcí mnoha faktorů, mezi které patří tvar, velikost a hustota částic, jejich koncentrace v suspenzi, vlastnosti tekutiny a vliv stěn zařízení. V části 10.3 uvedeme vztahy vyjadřující rychlosť usazování jednotlivé kulové částice v neomezeném prostoru.

## 10.2 Principy činnosti některých zařízení na usazování a třídění částic

V technické praxi se setkáváme s nejrůznějšími zařízeními na *odlučování částic ze suspenze* nebo na *třídění částic usazováním*. Nejjednodušší jsou sedimentační nádrže nebo kanály vybudované v terénu mimo vlastní provoz. Komplikovanější jsou zpravidla zařízení, u nichž dochází k rotaci suspenze vlivem rotace zařízení (usazovací odstředivky) nebo vlivem tvaru zařízení a tangenciálního přívodu suspenze (cyklóny).

V případě rotačního pohybu v usazovácích s rotací suspenze je dosahované odstředivé zrychlení podstatně větší než zrychlení gravitační. To se projevuje jednak zvýšením intenzity procesu usazování, jednak zmenšením velikosti částic, které lze v těchto zařízeních odloučit usazováním. U gravitačních usazováků je minimální velikost odlučovaných částic řádově  $10 \mu\text{m}$ , kdežto u cyklónů a odstředivek řádově  $1 \mu\text{m}$  (ovšem za cenu vložené energie). U elektrostatických a mokrých odlučovačů částic z plynných suspenzí je minimální velikost odloučených částic přibližně  $0,1 \mu\text{m}$ .

*Usazovací zařízení* můžeme rozdělit zhruba do těchto kategorií:

1. gravitační usazováky kontinuální i diskontinuální s horizontálním nebo vertikálním prouděním suspenze
2. gravitační usazováky se změnou směru proudění suspenze
3. usazováky s rotací suspenze
4. mokré odlučovače plynných suspenzí
5. elektrostatické odlučovače
6. magnetické separátory

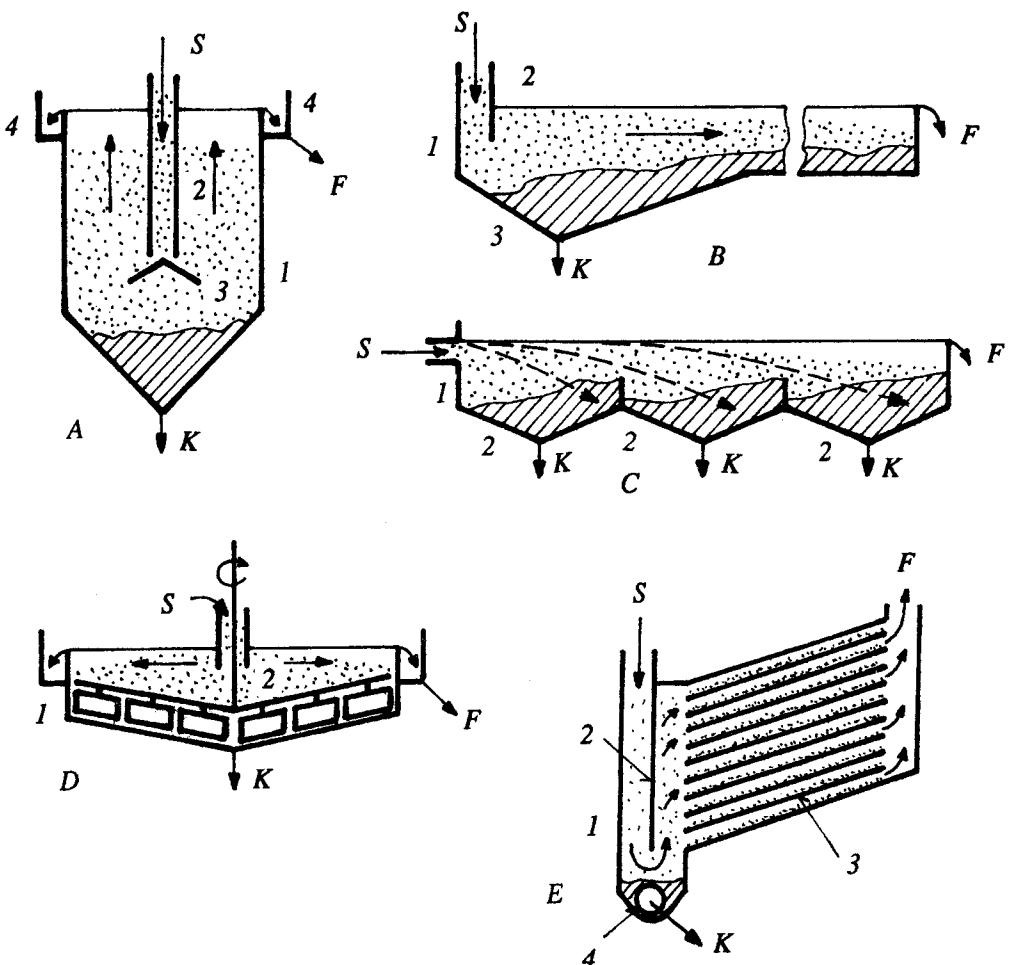
Mezi usazovací zařízení zahrnujeme i třídiče založené na usazování. Postupně si ukážeme principy činnosti často se vyskytujících usazovácích zařízení spadajících do jednotlivých kategorií.

### 10.2.1 Gravitační usazováky

Na obr.10.6A až E jsou ukázány principy nejběžnějších gravitačních usazováků pracujících převážně kontinuálně, tj. s kontinuálním tokem suspenze, vyčištěné tekutiny i usazeniny, tj. kalu, případně s cyklickým odstraňováním usazených částic.

*Válcový usazovák s vertikálním tokem suspenze* je znázorněn na obr.10.6A. Do válcové skříně 1 s kónickým dnem je přiváděna suspenze S centrální trubkou 2. Usměrňovač suspenze 3 zabraňuje rozvířování usazených částic a zajišťuje rozvod suspenze po průřezu. Sběrný kanál 4 odvádí vyčištěnou kapalinu F.

*Pravoúhlý usazovák s horizontálním tokem suspenze* je ukázán na obr.10.6B. Skříň usazováku 1 je v podstatě pravoúhlého průřezu a tvoří kanál, v němž probíhá horizontální tok



Obr.10.6. Gravitační usazováky

A - válcový usazovák s vertikálním tokem suspenze: 1 - skříň usazováku, 2 - přívod suspenze, 3 - usměrňovač, 4 - sběrný kanál; B - pravoúhlý usazovák s horizontálním tokem suspenze: 1 - skříň usazováku, 2 - usměrňovač přepážka, 3 - odvod kalu; C - plavicí žlab: 1 - skříň třídiče, 2 - odvod frakcí; D - Dorrův usazovák: 1 - skříň usazováku, 2 - hrablo s usměrňovacími lopatkami pro odsun kalu; E - odprašovací (prašná) komora: 1 - skříň, 2 - usměrňovač přepážka, 3 - usazovací plochy, 4 - šnekový dopravník

suspenze. Suspenze S se přivádí na jedné straně kanálu, kde je umístěna usměrňovací přepážka 2. Na druhém konci odtéká vyčištěná tekutina F. Kal K, jehož hlavní podíl se usazuje v počátečním úseku kanálu, se odtahuje z prohloubeného dna 3.

*Plavicí žlab* ilustrovaný na obr.10.6C slouží k třídění suspendovaných částic podle jejich rychlosti usazování. Suspenze S se přivádí do žlabu 1, který se ve směru toku rozšířuje. Tím se postupně zmenšuje rychlosť proudění suspenze, a zvyšuje se tak progresivně doba

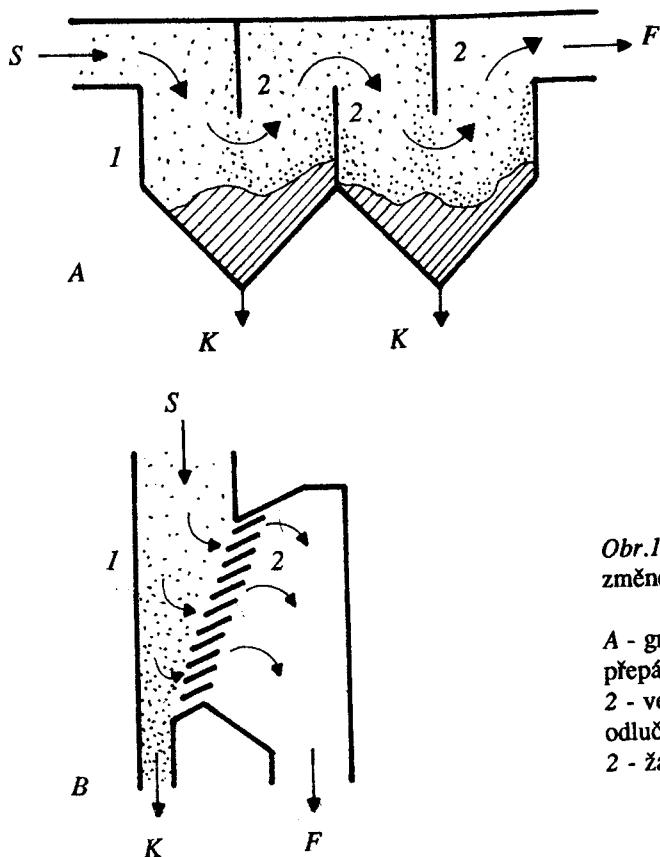
prodlení tekutiny v zařízení. Žlab je podélně rozdělen na úseky (v našem případě 3) označené 2, z nichž jsou odebírány usazené částice K. V prvním úseku se odloučí nejhrubší částice, v posledním nejjemnější. Existuje celá řada variant tohoto třídiče.

*Dorruv usazovák* (obr.10.6D) je představitelem válcových usazováků s horizontálním prouděním suspenze, tj. usazováků dosti mělkých. Používá se pro čištění odpadní vody a bývá vybudován v terénu, neboť jeho průměr je až 200 m. Těleso usazováku 1 má mírně kónické dno, po němž se velmi pomalu pohybuje hrablo 2 opatřené lopatkami. Lopatky jsou natočeny šikmo k radiálnímu směru tak, aby docházelo ke shrabování usazeného kalu K směrem k jeho odvodu z usazováku.

*Odprašovací (prašná) komora* ukázaná na obr.10.6E slouží k zachycení částic z plynné suspenze. Ve skříni 1 je usměřovací přepážka 2 pro rovnoměrné rozdělení suspenze mezi šikmo umístěné příhrádky 3, které představují usazovací plochy. Cyklicky jsou tyto příhrádky podrobeny vibraci. Usazené částice padají do dolní části skříně, odkud jsou transportovány např. šnekovým dopravníkem 4. Existuje celá řada variant konstrukce odprašovacích komor.

### 10.2.2 Gravitační usazováky se změnou směru proudění suspenze

Gravitačních usazováků využívajících ke zvýšení odlučovacího efektu setrvačností hmotných částic je celá řada typů. Zde uvádíme dva příklady těchto odlučovačů částic na obr.10.7A a B, kde je náhľou změnou směru proudění v gravitačním poli dosaženo zvýšení



Obr.10.7. Gravitační usazováky se změnou směru proudění suspenze

A - gravitační usazovák s vertikálními přepážkami: 1 - skříň usazováku, 2 - vertikální přepážky; B - žaluziový odlučovač: 1 - skříň odlučovače, 2 - žaluzie

intenzity odlučování pevných částic (hlavně z plynných suspenzí).

*Gravitační usazovák s vertikálnimi přepážkami* je ukázán na obr.10.7A. Ve skříní 1 jsou instalovány vertikální přepážky 2, které způsobují náhlou změnu směru proudění suspenze. Vlivem setrvačnosti pevných částic a gravitace tak dochází k odklonu dráhy částic od dráhy tekutiny, která postupuje směrem k výstupu ze zařízení. Částice K se zachycují v jednotlivých odděleních usazováku, odkud se kontinuálně nebo periodicky odvádějí.

*Žaluziový odlučovač* je vyobrazen na obr.10.7B. Ve skříní 1 jsou umístěny žaluzie 2, což je soustava paralelních přepážek zajišťujících prudkou změnu směru proudění. Z plynné suspenze S pak projde žaluziemi zejména plyn, kdežto částice převážně zůstanou v prostoru před žaluziemi, odkud odcházejí ve formě zkonzentrované suspenze K. Tekutina F se sníženým obsahem častic opouští odlučovač z prostoru žaluzií. Žaluziových odlučovačů je celá řada typů. Jsou velmi jednoduché a vhodné pro předčišťování suspenze od hrubších částic před užitím náročnějších odlučovačů, jako jsou např. filtry nebo elektrostatické odlučovače.

### 10.2.3 Usazováky s rotací suspenze

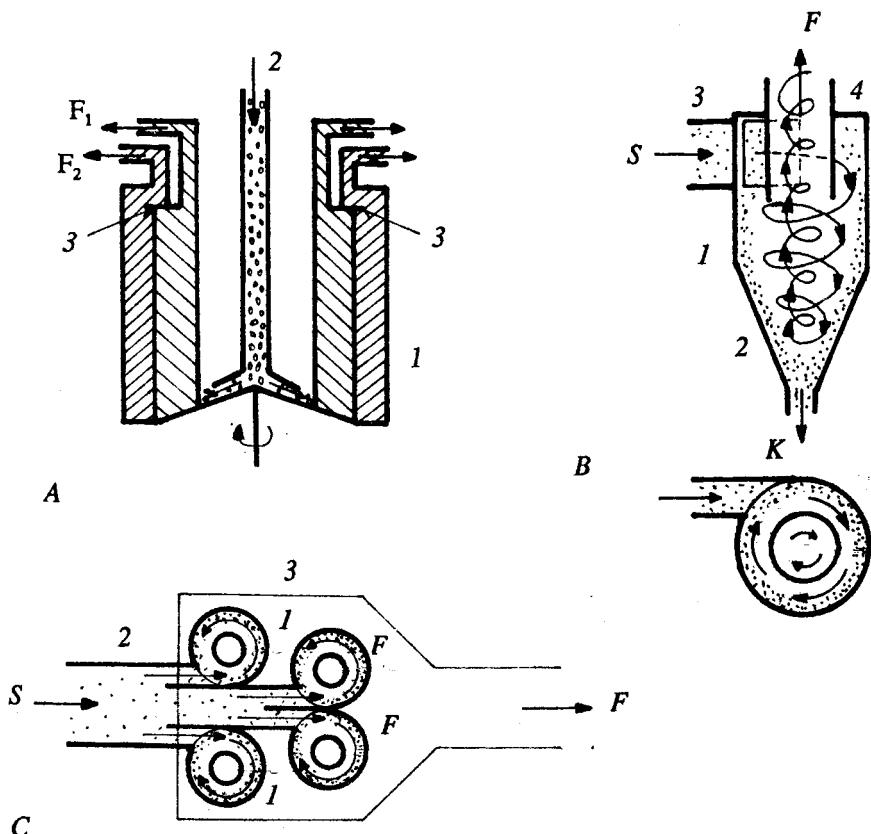
V podstatě dochází k rotaci suspenze bud' proto, že rotuje zařízení, nebo proto, že je do nepohybujícího se válcového zařízení tangenciálně přiváděna suspenze. K prvnímu typu patří odstředivky, k druhému cyklóny (plynné suspenze) a hydrocyklóny (kapalné suspenze). Vedle termínu cyklón se též používají termíny aerocyklón nebo vírový článek.

*Usazovací odstředivka* znázorňuje obr.10.8A. Pro jednoduchost je zde zakreslena odstředivka pro separaci dvou nemísitelných kapalin, tvořících emulzi (např. tukové kapičky v mléce). Základem odstředivky je rotující buben 1, k jehož dnu se přivádí emulze potrubím 2. Vlivem odstředivkového pole se usazuje kapalina o větší hustotě  $\rho_{12}$  u stěny bubnu a kapalina o nižší hustotě  $\rho_{11}$  postupuje směrem k ose rotace ( $\rho_{12} > \rho_{11}$ ). Na výstupu z bubnu je přepážka 3, umožňující odtok oddělených kapalin F<sub>1</sub> a F<sub>2</sub>. Na stejném principu je založena vertikální usazovací odstředivka na suspenzi s periodickým vyprazdňováním kalu nebo horizontální odstředivka s kontinuálním odstraňováním kalu.

Jednoduchý *cyklón* v bokorysu i půdorysu ukazuje obr.10.8B. Hydrocyklón má v podstatě stejný tvar a stejný princip činnosti. Cyklón má válcový plášť 1 a kónický spodek 2. Do dolní části válcového pláště je potrubím 3 tangenciálně přiváděna suspenze S. Centrálně umístěná trubka 4 slouží k odvodu vyčištěné tekutiny F. Vlivem tangenciálního přívodu se suspenze v cyklónu pohybuje po šroubovici. Rotační složka pohybu působí na částice, které postupují ke stěně a vlivem gravitace klesají do kónické části a opouštějí cyklón.

Obr.10.8C ukazuje v půdorysu *řazení cyklónů do baterie*. K tomuto řešení přistupujeme, máme-li čistit větší množství plynu s prachem, než je výkonnost jednotlivého cyklónu. Uspořádání jednotlivých vírových článků 1 je paralelní, tj. společně přívodní potrubí na suspenzi S se rozdělí do jednotlivých článků a výstupy plynu se opět spojí do společného výstupního potrubí 3.

Dalšími důležitými cyklónovými odlučovači jsou cyklóny vestavěné do jiného aparátu a multicyklóny, na které odkazujeme (viz např. [39, 40]).



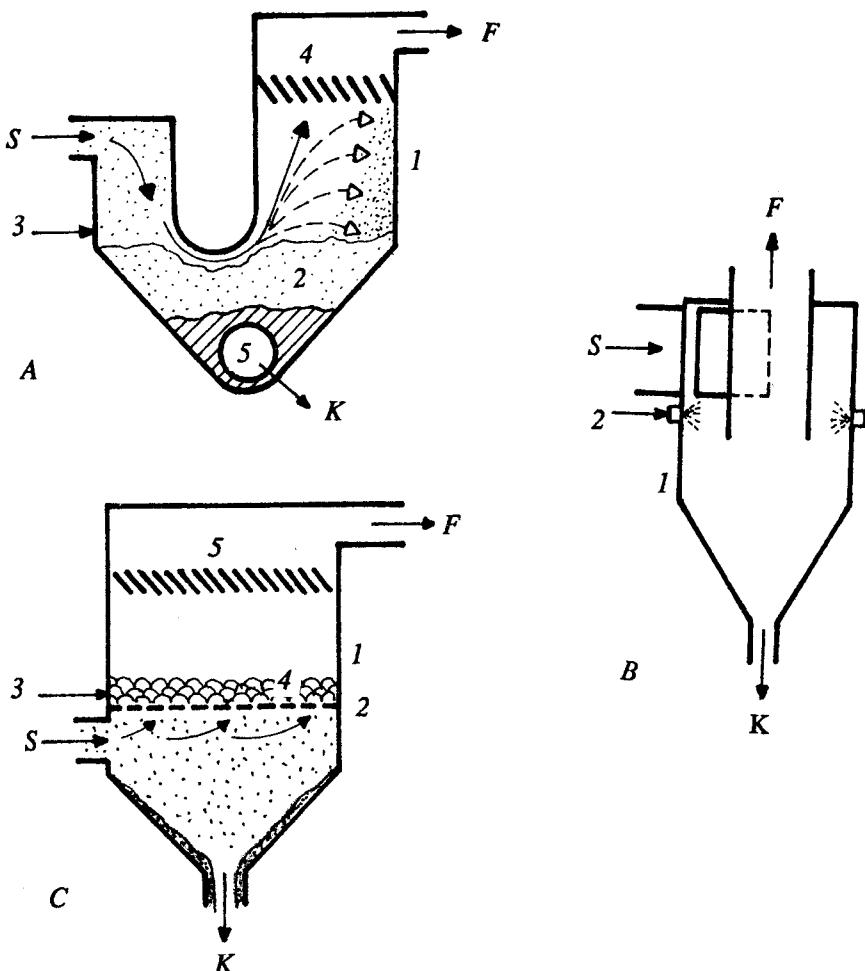
Obr.10.8. Usazováky s rotací suspenze

A - usazovací odstředivka na separaci nemísitelných kapalin; 1 - rotující těleso odstředivky, 2 - přívod emulze, 3 - oddělovací přepážka; B - cyklón (vírový článek): 1 - válcový plášť cyklónu, 2 - kónický spodek cyklónu, 3-přívodní potrubí, 4 - odvodní potrubí; C - baterie cyklónů: 1 - jednotlivé cyklóny, 2 - přívod suspenze, 3 - odvod vyčištěné tekutiny

#### 10.2.4 Mokré odlučovače částic z plynných suspenzí

Na obr.10.9A až C jsou ukázány tři různé mokré odlučovače částic z plynných suspenzí.

*Hladinový odlučovač* (obr.10.9A) má tvarovanou skříň 1, která má sestupnou část pro vstup plynu, dolní část naplněnou kapalinou 2 a opatřenou doplňováním kapaliny 3 a vzestupnou část pro odloučení kapek unášených vystupujícím plynem pomocí žaluziového odlučovače 4. Plyn obsahující prach se dostává do kontaktu s kapalinou při průchodu zařízením. Změna směru proudění plynu a smočení částic kapalinou zajišťuje jejich zachycení.



Obr.10.9. Mokré odlučovače částic z plynných suspenzí

A - hladinový odlučovač: 1 - skříň odlučovače, 2 - kapalná náplň, 3 - doplňování kapaliny, 4 - žaluziový odlučovač kapek, 5 - vyprazdňování kalu; B - zkrápený cyklón: 1 - skříň cyklónu, 2 - přívod kapaliny a trysky; C - pěnová pračka: 1 - skříň pračky, 2 - prokopový rošt, 3 - přívod prací kapaliny, 4 - vrstva pěny, 5 - žaluziový odlučovač kapek

Usazené částice jsou obvykle periodicky odstraňovány ve formě kalu K transportním zařízením 5. Při zachycování částic rozpustných v kapalině je vznikající roztok obměňován.

Zkrápený cyklón (obr.10.9B) má skříň 1 tvarovanou v podstatě stejně jako suchý cyklón popsány v části 10.2.3. Rozdíl spočívá v tom, že zkrápený cyklón je vybaven přívodem kapaliny 2, jejím rozvodem po obvodu válcového pláště a tryskami, kterými se dostane kapalina do kontaktu se suspendovanými částicemi. Na stěně cyklónu se vytvoří kapalný film, který odplavuje částice ze zařízení. Tento typ cyklónu je vhodný pro částice,

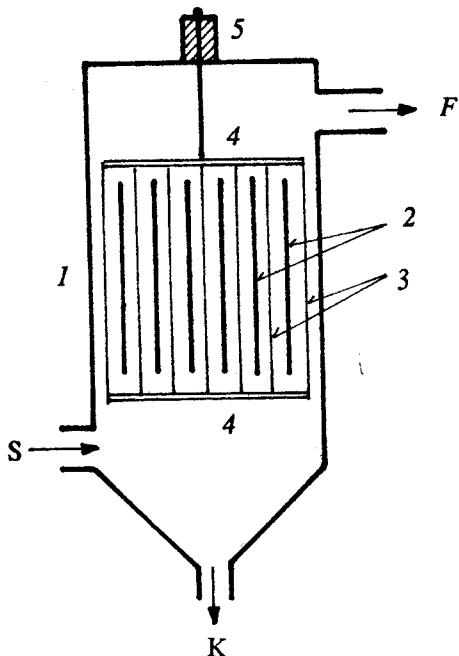
které by se na stěnu suchého cyklónu lepily. Pokud jsou částice v kapalině rozpustné, odtéká z cyklónu roztok (např. cukerný prach - voda).

**Pěnová pračka** (obr.10.9C) má ve skříni 1 rošt 2 umožňující průchod plynu nahoru i kapaliny dolů (prokapový rošt). Na rošt je přiváděna prací kapalina, která vytváří spolu s procházejícím plynem vrstvu pěny 4 s velkým mezifázovým povrchem kapalina-plyn. To se projevuje vysokou odlučovací účinností častic, které ve formě kapalné suspenze K odcházejí z pračky spodem. Únosu kapek, postupujících spolu s vyčištěným plynem, zabráňuje žaluziový odlučovač 5. Pro zvýšení účinnosti odlučování častic může být pračka vybavena více rosty umístěnými nad sebou. Při zachycování častic rozpustných v kapalině odtéká z pračky roztok (např. cukerný prach - voda).

### 10.2.5 Elektrostatické odlučovače

Elektrostatické odlučovače jsou vybaveny trubkami nebo deskami, mezi nimiž proudí zaprášený plyn. Kovové stěny trubek nebo desek představují obvykle anodu, tj. kladnou elektrodu. V trubkách nebo mezi deskami jsou nataženy dráty tvořící katodu, tj. zápornou elektrodu. Mezi katodou a anodou bývá stejnosměrné napětí 30 až 80 kV. Dochází k ionizaci plynu, který svítí. Proto se mluví o vytváření koróny. Pevné částice se v koróně nabíjejí a jsou přitahovány k anodě. Zde se vybíjejí a padají podél stěny dolů. Elektrostatické odlučovače mají téměř 100 %ní odlučivost.

Příklad deskového elektrostatického odlučovače ukazuje obr.10.10. Ve skříni 1 jsou vestavěny vertikální desky, které tvoří anody, a mezi deskami jsou ve formě drátů umístěny katody natažené v rámu 4. Celý rám je zachycen v odlučovači pomocí izolátoru 5.



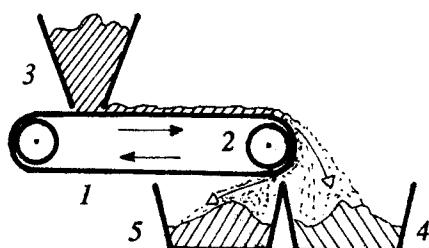
Obr.10.10. Deskový elektrostatický odlučovač

1 - skříň odlučovače, 2 - deskové anody, 3 - drátové katody, 4 - rám s katodami, 5 - izolátor

## 10.2.6 Magnetické separátory

Pro značný význam a časté použití jsme do této kapitoly zařadili i magnetický separátor zrnitého materiálu na nemagnetovatelné a magnetovatelné částice.

Obvyklý magnetický separátor je ukázán na obr.10.11. Hlavní součástí zařízení je pásový dopravník 1 vybavený bubnem 2 ve formě elektromagnetu nebo permanentního magnetu. Zrnitý materiál postupuje ze zásobníku 3. Nemagnetovatelné částice padají do zásobníku 4, magnetovatelné do zásobníku 5. Popsaný separátor se používá např. v cukrovarnictví k oddělení kovových úlomků od krystalového cukru nebo ke zvýšení koncentrace manganové či železné rudy separací od hlušiny.



Obr.10.11 Magnetický separátor

1 - pásový dopravník, 2 - magnet, 3 - zásobník zemitého materiálu, 4 - zásobník nemagnetovatelného materiálu, 5 - zásobník magnetovatelného materiálu

## 10.3 Kvantitativní popis usazování izolované částice

Jak jsme se již zmínili, omezíme se na popis *usazování pevných částic*, které nemění ani tvar, ani velikost, ani hustotu.

Zatím předpokládáme, že suspenze má natolik *nízkou koncentraci částic*, že se částice vzájemně neovlivňují, tj. že se chovají jako izolované. Dále předpokládáme, že usazování není ovlivněno tzv. *stěnovým efektem*, tj. že vzdálenost stěn zařízení je mnohem větší, než je průměr částice<sup>9</sup>.

Na částici, která se pohybuje v reálné tekutině, působí objemová síla  $F_V$  a plošná síla  $F_A$ . Pokud není rychlosť částic  $v_p$  konstantní, nejsou sily  $F_V$  a  $F_A$  v rovnováze a výslednice obou sil je dána součinem hmotnosti  $m_p$  a zrychlení částice  $d v_p / d \tau$ :

$$F_V + F_A = m_p \frac{d v_p}{d \tau} \quad (10-7)$$

Při dosažení konstantní hodnoty rychlosti částice je výslednice sil rovna nule, tj. je dosaženo rovnováhy objemové a plošné síly. Rovnice (10-7) potom přejde na

<sup>9</sup>Vliv stěn a koncentrace částic v suspenzi na rychlosť usazování je popsán v části 10.4.

$$F_V + F_A = 0$$

[ROVNOVÁHA SIL]

(10-8)

a částice se usazuje konstatní rychlosť  $v_u$ .

Protože rychlosť usazovania má smér rovnoběžný se směrem působnosti objemové (hmotnostní) sily, můžeme přejít na skalární rovnici popisující usazování částice. Plošnou sílu můžeme rozložit na dvě dleší plošné sily, a to na sílu vztlaku neboli Archimedovu sílu  $F_A$ , a na sílu odporu proti obtékání částice tekutinou  $F_R$ , tj.

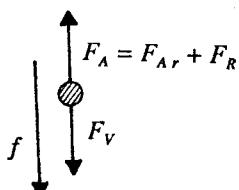
$$F_A = F_{A,r} + F_R \quad (10-9)$$

Skalární obdoba vektorové rovnice (10-8) má vzhledem k rovnici (10-9) tvar

$$F_V + F_{A,r} + F_R = 0 \quad (10-10)$$

Je zřejmé, že jak objemová síla  $F_V$ , tak i Archimedova síla  $F_A$ , nezávisí na rychlosti usazování  $v_u$  (na rozdíl od síly odporu  $F_R$ ) a že plošná síla  $F_A$  musí mít opačné znaménko než objemová síla  $F_V$ .

Opačné působení sil  $F_A$  a  $F_V$  na částici při ustáleném usazování ukazuje obr.10.12.



Obr.10.12. Ilustrace působení objemové sily  $F_V$  a plošné sily  $F_A$  v poli měrné objemové sily  $f$  na částici při ustáleném usazování

V obr.10.12 je zavedena měrná objemová síla  $f$ . Zde uvažujeme  $f$  podle rovnic (10-4a,b,c) buď jako gravitační zrychlení, nebo jako zrychlení při rotaci odstředivky nebo při rotaci suspenze v cyklónu.

Jednotlivé sily  $F_V$ ,  $F_{A,r}$ , a  $F_R$  v rovnici (10-10) nyní vyjádříme pro částici objemu  $V_p$  s hustotou  $\rho_s$ , usazující se rychlosť  $v_u$  v tekutině o hustotě  $\rho_f$ . Vyjádření objemové sily  $F_V$  a vztlakové sily  $F_A$ , dané Archimedovým zákonem nepotřebují komentář. Obě sily působí v opačném směru. Vyjádříme je vzorcí:

$$F_V = f \rho_s V_p \quad (10-11)$$

$$F_{A,r} = -f \rho_f V_p \quad (10-12)$$

Výslednice objemové a vztlakové sily

$$F_V + F_{A,r} = f (\rho_s - \rho_f) V_p$$

je při rovnováze sil rovna podle rov.(10-10) záporně vzaté síle hydraulického odporu, tj.  $(-F_R)$ . Síla odporu při toku tekutiny koná práci, která se podle rov.(4-8) přemění nevratně v přírůstek vnitřní energie tekutiny [viz rov.(4-8)]. Obdobně jako při toku tekutin v potrubí [viz rov.(5-18)] vyjádříme měrnou ztrátu mechanické energie

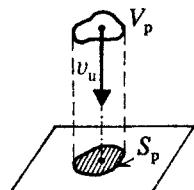
$$e_{dis} = \zeta_u - \frac{v_u^2}{2}$$

která je úměrná měrné kinetické energii tekutiny  $v_u^2 / 2$ . Součinitelem úměrnosti je součinitel odporu  $\zeta_u$ . Násobením  $e_{dis}$  hustotou tekutiny  $\rho_f$  dostaneme tlakovou ztrátu

$$\Delta p_{dis} = \zeta_u \rho_f - \frac{v_u^2}{2}$$

kterou převedeme na sílu odporu  $F_R$  násobením plochou průmětu částice  $S_p$  do roviny kolmé na směr usazování. (Veličina  $S_p$  je ilustrována obr.10.13.) Síla odporu působí proti pohybu částice, což vyjádříme opačným znaménkem, než má rychlosť usazování: - sign ( $v_u$ ). Sílu odporu vyjádříme tedy vzorcem:

$$F_R = - \text{sign} (v_u) \zeta_u S_p \rho_f v_u^2 / 2 \quad (10-13)$$



Obr.10.13. Ilustrace plochy průmětu částice  $S_p$  do roviny kolmé na směr usazování

Z předchozího výkladu plyne, že znaménko síly odporu je opačné vůči znaménku rychlosti usazování. Víme, že usazování probíhá při  $(\rho_s - \rho_f) > 0$  ve směru objemové síly, a síla odporu má tedy opačný směr než objemová síla. Při  $(\rho_s - \rho_f) < 0$  probíhá usazování ve směru opačném vůči působící objemové síle. Síla odporu má potom stejně znaménko jako působící objemová síla. Je zřejmé, že platí

$$\text{sign} (v_u) = \text{sign} (\rho_s - \rho_f) \quad (10-14)$$

Popis usazování jsme dosud nevázali na určitý tvar částice. Ten však značně ovlivňuje průběh usazování, jak je ukázáno v části 10.4. Zatím se pro jednoduchost omezíme na popis *usazování kulové částice* o průměru  $d_p$ . Pro tento základní tvar částice je v literatuře k dispozici velké množství informací.

Za objem a průměr částice  $V_p$  a  $S_p$  dosadíme do rov.(10-11) a (10-12):

$$V_p = \frac{\pi}{6} d_p^3 \quad S_p = \frac{\pi}{4} d_p^2$$

a z rov.(10-10) pak dostaneme

$$\frac{\pi}{6} f d_p^3 (\rho_s - \rho_f) = \text{sign}(\rho_s - \rho_f) \frac{\pi}{4} \zeta_u d_p^2 \rho_f \frac{v_u^2}{2} \quad (10-15)$$

Člen na levé straně rovnice představuje tihu částice zmenšenou o vztlak.

Abychom se zbavili dvojznačného výsledku v rovnici (10-15), zavedeme nadále absolutní hodnotu rozdílu hustot  $|\rho_s - \rho_f| \equiv \Delta \rho$ .\*) Z rov.(10-15) pak dostaneme vyjádření rychlosti usazování:

$$v_u^2 = \frac{4}{3} \frac{f d_p}{\zeta_u} \frac{\Delta \rho}{\rho_f} \quad (10-16)$$

$$\Delta \rho \equiv |\rho_s - \rho_f| \quad (10-16a)$$

Abychom však rychlosť usazování  $v_u$  mohli z rov.(10-16) vypočítat, musíme mít informaci o součiniteli odporu. Definici součinitele odporu při usazování kulové částice lze zapsat na základě rov.(10-16)

$$\zeta_u \equiv \frac{4}{3} \frac{f d_p}{v_u^2} \frac{\Delta \rho}{\rho_f} \quad (10-16b)$$

Snadno se přesvědčíme, že součinitel odporu je bezrozměrový, tj.

$$[\zeta_u] = 1 \quad (10-16b)$$

Pozorováním bylo zjištěno, že součinitel odporu je funkci Reynoldsova kritéria  $Re_u$ :

$$\zeta_u = \zeta_u (Re_u) \quad (10-17)^{**}$$

kde *Reynoldsovo kritérium pro usazování* je definováno vzorcem

\*) Platí  $|\rho_s - \rho_f| = (\rho_s - \rho_f) / [\text{sign}(\rho_s - \rho_f)]$ .

\*\*) Vztah (10-17) je bezrozměrový (viz kap.6). Představuje *kriteriální rovnici*, která popisuje chování podobných systémů se sníženým počtem proměnných (ve srovnání se vztahem mezi rozměrovými veličinami).

$$Re_u \equiv \frac{v_u d_p \rho_f}{\eta} \quad (10-18)^*)$$

Konkrétní tvar funkce (10-17) byl pokusně nalezen pro kulovou částici. Tvar této funkce je znázorněn v dvojitéch logaritmických souřadnicích na obr. 10.14. Průběh funkce (10-17) je rozdělen do čtyř oblastí.

1. *Stokesova oblast* je oblast velmi pomalého (tzv. nesetrváčného nebo též plíživého proudění) a je podoblastí laminární oblasti. Pro Stokesovu oblast se podařilo určit průběh závislosti funkce (10-17) analyticky\*\*) ve tvaru

$$\zeta_u = 24 / Re_u \quad [Re_u \leq 0,2] \quad (10-19)$$

V grafu na obr. 10.14 má tato funkce vzhledem k logaritmickým souřadnicím přímkový průběh. Vidíme, že hyperbolický tvar funkce (10-19) je stejný jako tvar závislosti součinitele tření na Reynoldsově kriteriu při laminárním proudění tekutiny trubkou a nehybnou vrstvou zrnitého materiálu, které jsme uvedli v kapitolách 5 a 8 - viz rov.(5-8) a (8-24). Horní ohrazení platnosti rovnice (10-19)  $Re_{u, kr} = 0,2$  bylo zjištěno pokusně pro relativní odchylku 4 % mezi teoretickou a pokusnou hodnotou. Dolní mez platnosti rovnice (10-19) je dána velikostí čistic, od které je usazování významně narušováno Brownovým pohybem (molekulární pohyb tekutiny).

2. *Allenova oblast* je vymezena hodnotami:  $Re_u \in < 0,2 ; 10^3 >$ . Pro tuto oblast spolu se Stokesovou oblastí byla nalezena závislost

$$\zeta_u = \frac{24}{Re_u} [1 + 0,125 Re_u^{0,72}] \quad [Re_u \leq 10^3] \quad (10-20)$$

která vystihuje velmi dobře průběh pokusných dat.

3. *Newtonova oblast* je vystižena konstantní hodnotou součinitele odporu

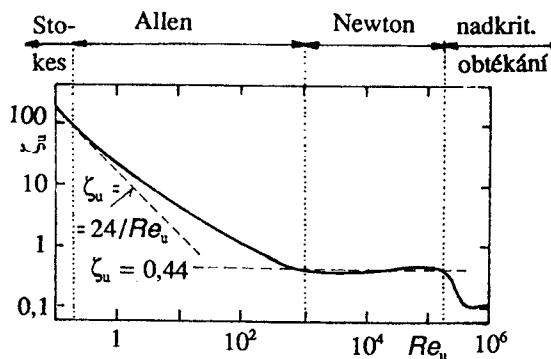
$$\zeta_u = 0,44 \quad [Re_u \in < 5 \cdot 10^2 ; 1,5 \cdot 10^5 >] \quad (10-21)$$

4. Následuje *oblast nadkritického obtékání*, kde součinitel odporu  $\zeta_u$  je zhruba poloviční oproti Newtonově oblasti. To se vysvětluje změnou charakteru obtékání částice při  $Re_u = 1,5 \cdot 10^5$ , jak ukazuje obr. 10.14.

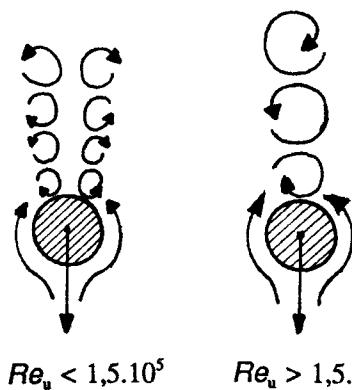
Z obr. 10.15 je vidět, že po překročení kritické hodnoty  $Re_{u, kr} = 1,5 \cdot 10^5$  se již za čisticí vejdu pouze jednotlivé víry. Současně dojde ke snížení součinitele odporu. Podrobněji se touto oblastí nezabýváme, protože pro využití k usazování prakticky nepřichází v úvahu.

\*) Do Reynoldsova kritérií a dalších kritérií dosazujeme *absolutní hodnotu rychlosti*  $v_u$ . Odkazujeme na kap. 6, ve které je ukázáno, že do kritérií vstupují charakteristické veličiny, mající význam měr veličin téhož druhu. Tyto *míry nejsou nikdy záporné* (např. hodnota  $v_u$  je mírou všech rychlostí včetně lokální rychlosti tekutiny).

\*\*) Integraci Navierovy - Stokesovy pohybové rovnice tekutiny ve sférických souřadnicích.



Obr. 10.14. Závislost součinitele odporu  $\zeta_u$  na Reynoldsově kritériu  $Re_u$  pro usazování kulové částice



Obr. 10.15. Změna charakteru obtékání částice tekutinou při překročení kritické hodnoty  $Re_u$  odchylnou tvorbou výru za částicí

V praxi se nejčastěji počítá rychlosť usazování  $v_u$  ze známého průměru částice  $d_p$  nebo průměr částice  $d_p$  z pokusně stanovené rychlosťi usazování  $v_u$ . Přímý výpočet těchto veličin je možný pouze v případech, že usazování probíhá ve Stokesově nebo Newtonově oblasti.

Ve Stokesově oblasti je průběh usazování vyjádřen rovnicí (10-19). Dosadíme-li do této rovnice za  $\zeta_u$  a  $Re_u$  z definičních vztahů (10-16b) a (10-18), dostaneme po úpravě

$$v_u = \frac{f \Delta \rho}{18 \eta} d_p^2 \quad [Re_u \leq 0,2] \quad (10-22a)^*$$

nebo

$$d_p = \left( \frac{18 \eta v_u}{f \Delta \rho} \right)^{0.5} \quad [Re_u \leq 0,2] \quad (10-22b)^{**}$$

V Newtonově oblasti je usazování popsáno rovnicí (10-21). Dosazením za  $\zeta_u$  z rovnice (10-16b), dostaneme

<sup>\*</sup> Z rovnice se vypočte absolutní hodnota rychlosťi  $v_u$ .

<sup>\*\*</sup> Do rovnice se dosazuje absolutní hodnota  $v_u$ .

$$v_u = \left( \frac{f d_p}{0,33} - \frac{\Delta \rho}{\rho_f} \right)^{0,5} \quad [Re_u \in < 5 \cdot 10^2 ; 1,5 \cdot 10^5 >] \quad (10-23a)^*$$

nebo

$$d_p = \frac{0,33 \rho_f v_u}{f \Delta \rho} \quad [Re_u \in < 5 \cdot 10^2 ; 1,5 \cdot 10^5 >] \quad (10-23b)$$

Nedostatek postupu výpočtu spočívá v tom, že jednotlivé oblasti jsou vymezeny Reynoldovým kritériem  $Re_u$ , které obsahuje hledanou veličinu: buď  $v_u$ , nebo  $d_p$ . Proto nelze na základě vstupních dat určit, ve které oblasti usazování probíhá. Potom musíme postupovat tak, že podle zadaných dat odhadneme, že usazování probíhá buď ve Stokesově, nebo v Newtonově oblasti. Z příslušného vzorce vypočteme hledanou veličinu, kterou dosadíme do definice  $Re_u$ . Vypočtená hodnota nám potvrdí, nebo zamítne volbu oblasti. Ve druhém případě výpočet opakujeme na základě rovnic platných pro jinou oblast a opět se přesvědčíme dodatečným výpočtem  $Re_u$  o správnosti volby oblasti.

Komplikace se zvýší, probíhá-li usazování v oblasti Allenové, kde doporučujeme použití rovnice (10-20). Tato rovnice neumožnuje explicitní vyjádření ani  $v_u$ , ani  $d_p$ . Proto musíme užít iteračního postupu.

Potíže při výpočtu  $v_u$  nebo  $d_p$  na základě funkce (10-17), které jsme právě uvedli, lze odstranit vhodnou transformaci proměnných  $\zeta_u$  a  $Re_u$ , která vyplývá z teorie podobnosti (viz kap.6). Nejčastěji hledaná bezrozměrová proměnná je rychlosť usazování  $v_u$ , vyskytující se v obou bezrozměrových proměnných, jak plyne z rovnic (10-16a) a (10-18):

$$\zeta_u \sim v_u^{-2} \quad Re_u \sim v_u$$

Z těchto relací je vidět, že součin  $\zeta_u Re_u^2$  neobsahuje rychlosť usazování  $v_u$ . Tento součin představuje tedy novou bezrozměrovou veličinu, kterou upravíme s přihlédnutím k definici  $\zeta_u$  [rov.(10-16b)] násobením konstantou 3/4, aby nové kritérium neobsahovalo číselnou konstantu. Nové kritérium se nazývá Archimedovo kritérium  $Ar$  a je definováno rovnicí

$$Ar \equiv \frac{3}{4} \zeta_u Re_u^2 \quad (10-24)$$

Spojením rovnic (10-24), (10-16b) a (10-18) dostaneme vzorec pro výpočet Archimedova kritéria na základě vstupních dat:

$$Ar \equiv \frac{f d_p^3 \rho_f \Delta \rho}{\eta^2} \quad (10-25)$$

Bezrozměrový vztah (10-17) mezi veličinami  $\zeta_u$  a  $Re_u$  můžeme nyní pomocí rovnice (10-24) upravit na vztah mezi  $Re_u$  a  $Ar$ , tj.

<sup>\*</sup> Z rovnice se vypočte absolutní hodnota rychlosti  $v_u$ .

$$Re_u = Re_u (Ar) \quad (10-26)$$

který je vhodný pro výpočet rychlosti usazování  $v_u$  na základě zadaného průměru částice  $d_p$ .

Konkrétní tvar funkce (10-26) dostaneme z rovnic (10-19), (10-20) a (10-21) transformací souřadnic pomocí rovnice (10-24). Tuto úpravu nyní ukážeme na rovnici (10-19), tj. pro Stokesovu oblast:

$$\zeta_u = 24 / Re_u \quad [Re_u \leq 0,2] \quad (10-19)$$

Z rovnice (10-24) plyne

$$\zeta_u = \frac{4}{3} - \frac{Ar}{Re_u^2} \quad (10-24a)$$

Spojením obou rovnic dostaneme

$$Re_u = Ar / 18 \quad (10-27)$$

Abychom však pomocí hodnoty  $Ar$  mohli rozhodnout, zda probíhá usazování ve Stokesově oblasti, musíme určit *kritickou hodnotu Ar* odpovídající kritické hodnotě  $Re_u = 0,2$ . Dosazením do právě odvozené rovnice (10-27) dostaneme

$$Ar = 18 Re_u = 18 \cdot 0,2 = 3,6$$

*Stokesova oblast* usazování je tedy v souřadnicích ( $Re_u$ ,  $Ar$ ) popsána vztahem

$$Re_u = Ar / 18 \quad [Ar \leq 3,6] \quad (10-27)$$

Stejným postupem upravíme rovnice (10-20) a (10-21) a určíme mezní hodnoty  $Ar$ . Výsledné rovnice jsou uvedeny v *Příkladech* (kap.6) a v knize [8] (kap.12).

Pokud potřebujeme vypočítat průměr částice  $d_p$  na základě známé hodnoty rychlosti usazování  $v_u$ , jsou rovnice vyjadřující konkrétní průběh funkce  $Re_u$  a  $Ar$  nevhodné (nutno užít iteračního postupu). Z definičních rovnic  $Re_u$  a  $Ar$ , tj. z rovnic (10-18) a (10-25), vyplývají relace

$$Re_u \sim d_p^1 \quad Ar_u \sim d_p^3$$

z nichž je vidět, že průměr  $d_p$  lze eliminovat zavedením nové bezrozměrové proměnné vytvořené např. jako poměr  $Re_u^3 / Ar$ . Tato nová bezrozměrová proměnná se nazývá *Ljaščenkovo kritérium Ly*:

$$Ly = \frac{Re_u^3}{Ar} \quad (10-28)$$

Z rov.(10-18) a (10-25) dostáváme

$$Ly = \frac{v_u^3}{f \eta} \frac{\rho_f^2}{\Delta p}$$

(10-28a)

Průběh usazování budeme nadále s výhodou popisovat funkcí

$$Ly = Ly (Ar) \quad (10-29)$$

nebo funkcí inverzní

$$Ar = Ar (Ly) \quad (10-29a)$$

podle toho, zda vstupní data umožňují výpočet  $Ar$ , nebo  $Ly$ . Hlavní výhoda proměnných  $Ly$  a  $Ar$  spočívá v tom, že každá obsahuje jen jednu z nejčastěji hledaných veličin  $v_u$  a  $d_p$ , tj. že jsou tyto proměnné vzájemně separovány.

Rovnice (10-28) umožňuje transformaci proměnných v rovnicích typu (10-26) a výpočet mezních hodnot  $Ly$ . Dostaneme tak pro jednotlivé oblasti usazování tyto rovnice:

Stokesova oblast :

$$Ly = \frac{Ar^2}{5,83 \cdot 10^3} \quad [Ar \leq 3,6] \quad (10-30)$$

$$Ar = 76,4 Ly^{0,5} \quad [Ly \leq 2,22 \cdot 10^{-3}] \quad (10-30a)$$

*Allenova a Stokesova oblast*, tj. pro  $Ar \leq 3,43 \cdot 10^5$  a  $Ly \leq 2,92 \cdot 10^3$ :

$$Ar^{2/3} = 18 Ly^{1/3} [1 + 0,125 (Ly Ar)^{0,24}] \quad (10-31)$$

Tato forma rovnice neumožňuje explicitní vyjádření  $Ar$  a  $Ly$ . Rovnice musí být proto řešena iteračně.

*Newtonova oblast*:

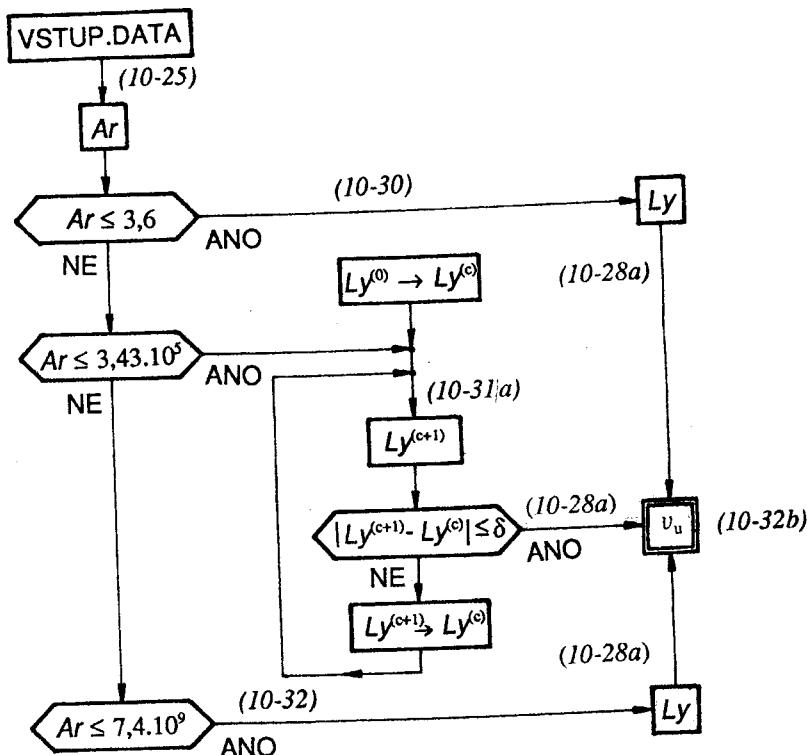
$$Ly = 5,27 Ar^{0,5} \quad [Ar \in <8,4 \cdot 10^4 ; 7,4 \cdot 10^5>] \quad (10-32)$$

$$Ar = 3,60 \cdot 10^2 Ly^2 \quad [Ly \in <1,5 \cdot 10^3 ; 4,6 \cdot 10^5>] \quad (10-32a)$$

Výpočet  $v_u$  ze známé hodnoty  $d_p$  a dalších vstupních dat uskutečníme pomocí sady rovnic typu (10-29), tj. pomocí rovnic (10-30), (10-31) a (10-32). Pro účely iterace si však nejprve upravíme rov.(10-31):

$$Ly = \frac{Ar^2}{5,83 \cdot 10^3 [1 + 0,125 (Ly Ar)^{0,24}]^3} \quad (10-31a)$$

Nyní lze uplatnit algoritmus výpočtu (10-32b):



Počítáme-li  $d_p$  ze známé hodnoty  $v_u$ , vycházíme z rovnic typu (10-29a), tj. z rovnic (10-30a), (10-31) a (10-32a). Napřed však upravíme rov.(10-31):

$$Ar = \{5,83 \cdot 10^3 \ Ly [1 + 0,125 (Ly Ar)^{0,24}]\}^{1/2}$$

K výpočtu se použije obdobný algoritmus jako (10-32b).

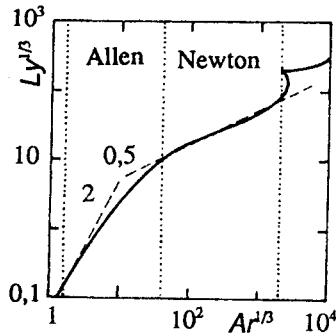
K rychlejším, avšak méně přesným výpočtům může sloužit dále uvedený grafický nebo numericky postup. Takto získané výsledky mohou být též použity k získání hodnoty nulté approximace  $Ly^{(0)}$  pro algoritmus (10-32b).

K výpočtu jak  $v_u$ , tak i  $d_p$  je možno užít grafu, v němž je funkce (10-29) zakreslena v souřadnicích  $Ly^{1/3}$ ,  $Ar^{1/3}$ , neboť z definice  $Ly$  a  $Ar$  plyne

$$Ly^{1/3} \sim v_u \quad Ar^{1/3} \sim d_p$$

Tento graf je ukázán na obr.10.16. Graf vhodný k odečítání hodnot je obr.6-4 v *Příkladech*. Poznamenejme, že graf na obr.10.16 vznikl transformací souřadnic z grafu na obr.10.14.

Pro výpočty za použití obr.10.16 je výhodné zavést pomocnou veličinu  $\beta$  (viz knihu [8]).



Obr.10.16. Závislost  $Ly^{1/3} = \beta v_u$  na  $Ar^{1/3} = d_p \rho_f / (\beta \eta)$  pro usazování izolované kulové částice

$$Ly^{1/3} = Ar^{2/3} / 18$$

$$[Ar^{1/3} \leq 1,5; Ly^{1/3} \leq 0,13]$$

$$Ly^{1/3} = Ar^{2/3} / \{18 [1 + 0,125 (Ly^{1/3} Ar^{1/3})^{0,72}]\}$$

$$[Ar^{1/3} \leq 70; Ly^{1/3} \leq 14]$$

$$(Ly^{1/3})^2 = Ar^{1/3} / 0,33$$

$$[Ar^{1/3} \in (44; 1,95 \cdot 10^3); Ly^{1/3} \in (11; 77)]$$

$$\beta \equiv \left( \frac{\rho_f^2}{f \eta \Delta \rho} \right)^{1/3} \quad (10-33)$$

Potom je možno psát\*)

$$Ly^{1/3} = v_u \beta \quad (10-33a)$$

a

$$Ar^{1/3} = \frac{d_p \rho_f}{\beta \eta} \quad (10-33b)$$

K rychlému numerickému výpočtu  $v_u$  nebo  $d_p$  lze užít rovnici z knihy [41] popisující usazování izolované částice sice méně přesně, avšak platící pro všechny tři oblasti bez omezení:

$$Re_u = \frac{Ar}{18 + 0,61\sqrt{Ar}} \quad (10-34)$$

$$Ly = \frac{Ar^2}{(18 + 0,61\sqrt{Ar})^3} \quad (10-34a)$$

Je zřejmé, že rov.(10-34), resp.(10-34a) pro velmi malé hodnoty  $Ar$  přechází na rov.(10-27), resp.10-30), a pro velmi vysoké hodnoty  $Ar$  se blíží k rovnici založené na rov.(10-31), resp. k rov.(10-32).

\*) Veličinu  $\beta$  je výhodné použít i k numerickým výpočtům, při kterých neuplatňujeme graf na obr.10.16, ale rovnice v legendě k obr.10.16 či rov.(10-30a), (10-31), (10-32), (10-32a) a (10-34a).

## 10.4 Vliv různých faktorů na průběh usazování

Vztahy, které jsme uvedli v části 10.4, jsou vázány na kulový tvar částice a na podmínu, že se částice vzájemně neovlivňují, tj. že jejich koncentrace v suspenzi je malá. Rovněž jsme neuvažovali vliv stěn a usazování souboru různě velkých částic (polydisperzní soubor). Postupně uvedeme vliv stěn zařízení (10.4.1), tvaru částic (10.4.2), koncentrace částic (10.4.3) a polydispersity částic v suspenzi (10.4.4) na průběh usazování.

### 10.4.1 Vliv stěn zařízení

Vliv stěn zařízení na rychlosť usazování kulové částice o průměru  $d_p$  v zařízení o průměru  $D$  vede ke snížení rychlosti usazování, kterou označíme  $v_{u,D}$  (na rozdíl od rychlosti usazování izolované částice  $v_u$  v neomezeném prostředí, tj. bez vlivu stěn). Na příkladu *ideální tekutiny* snadno prokážeme, že vliv stěn na snížení rychlosti usazování je pro  $\rho_s \rightarrow \rho_f$  dán vzestupnou rychlosťí tekutiny. Tato vzestupná rychlosť tekutiny vzniká vytlačováním tekutiny usazující se částicí a tokem průřezem zařízení o průměru  $D$  zmenšeném o průřez částice. Odvodíme tak rovnici

$$\frac{v_{u,D}}{v_u} = 1 - (d_p / D)^2 \quad [\text{IDEÁLNÍ TEKUTINA}] \quad (10-35)$$

Stupeň snížení rychlosti usazování je však ve skutečnosti různý podle charakteru obtékání částice reálnou tekutinou. Relativně větší vliv na usazování částice se projevuje ve Stokesově oblasti než v oblasti Newtonově, kdy je vyvinuta turbulence tekutiny. Autoři [42] uvádějí dvě empirické rovnice pro výpočet rychlosti usazování  $v_{u,D}$  ovlivněné stěnami zařízení.

Ve Stokesově oblasti:

$$\frac{v_{u,D}}{v_u} = (1 - d_p / D)^{2.25} \quad [\text{STOKES}] \quad (10-35a)$$

V Newtonově oblasti:

$$\frac{v_{u,D}}{v_u} = 1 - (d_p / D)^{1.5} \quad [\text{NEWTON}] \quad (10-35b)$$

Z obou rovnic se snadno přesvědčíme, že významný vliv stěn na rychlosť usazování se může projevit nejvíce u laboratorního zařízení, zatímco u průmyslového zařízení nepřichází v úvahu.

## 10.4.2 Vliv tvaru částice

Sféricita, kterou jsme použili pro vyjádření vlivu tvaru částice na ztrátu měrné mechanické energie při proudění tekutiny vrstvou nekulového zrnnitého materiálu (kap.8), není vhodnou veličinou pro vyjádření vlivu tvaru částice na její usazování.

Při usazování, na rozdíl od proudění tekutiny nehybnou vrstvou zrnnitého materiálu, je dosaženo rovnováhy sil. Navíc se izolovaná částice při usazování orientuje již od velmi nízkých hodnot  $Ar > 10^{-3}$  do nejstabilnější polohy bez ohledu na to, jak byla do tekutiny vložena. V nejstabilnější poloze je průměr nekulové částice  $S_p$  (viz. obr. 10.13) do roviny kolmé na směr rychlosti usazování  $v_u$  maximální a hodnota  $v_u$  je minimální, neboť součinitel odporu takto orientované částice je maximální. Podle tohoto zjednodušeného výkladu tedy podlouhlé a ploché částice při usazování leží. Ve skutečnosti konají kývavý pohyb kolem této nejstabilnější polohy (viz např. padání listů ze stromu).

Z našeho výzkumu [43] vyplývá, že vhodnou charakteristikou vlivu tvaru na usazování nekulové částice je *dynamický tvarový faktor*  $\varphi_{Ar}$  definovaný rovnicí

$$\varphi_{Ar} \equiv (Ly / Ly_o)^{1/3} = v_u / v_{uo} \quad [Ar = Ar_o] \quad (10-36)$$

kde veličiny týkající se kulové částice mají dolní index  $\circ$ . Ljaščenkovo kritérium a Archimedovo kritérium je definováno rovnicemi (10-25) a (10-28). Pro nekulové částice dosazujeme za veličinu  $d_p$  průměr ekvivalentní koule daný vzorcem

$$d_p = \left( \frac{6}{\pi} \right)^{1/3} V_p^{1/3} \quad [V_p = V_{po}] \quad (10-37)$$

Objem nekulové částice je tedy roven objemu kulové částice o průměru  $d_p$ . Z definiční rovnice (10-36) plyne, že dynamický tvarový faktor *kulové částice* je

$$\varphi_{Ar\circ} = 1 \quad (10-36a)$$

a že pro *nekulové částice*, které se usazují ve stabilizované poloze, je

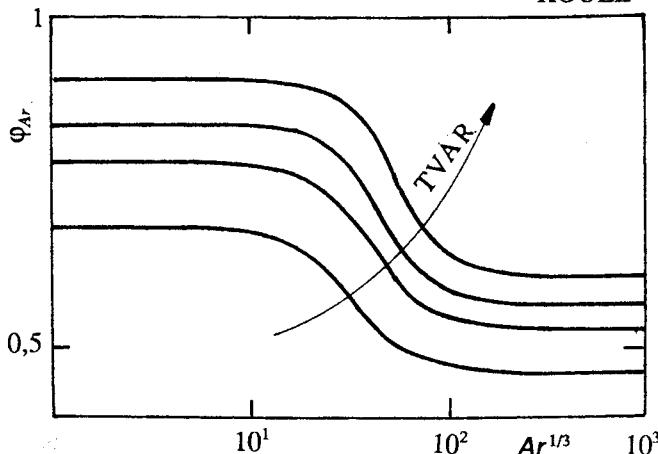
$$\varphi_{Ar} < 1 \quad [Ar > 10^{-3}] \quad (10-36b)$$

Dynamický tvarový faktor je pro daný geometrický tvar částice funkcií Archimedova kritéria. Tuto závislost jsme vyjádřili kvantitativně jako funkci

$$\varphi_{Ar} = \varphi_{Ar} (Ar^{1/3}; TVAR) \quad (10-38)$$

jejíž průběh je pro několik tvarů částice ilustrován na obr. 10.17.

Jednotlivé parametrické křivky představují průběh dynamického tvarového faktoru při určitém tvaru částice. Je patrné, že vliv tvaru částice je při nízkých hodnotách  $Ar$  (přibližně ve Stokesově oblasti) malý a silně se zvyšuje při turbulentním obtékání částice. Tento jev lze přirovnat ke zvýšenému vlivu drsnosti potrubí při turbulentním proudění tekutiny (viz kap.5). Křivky pro tvar více odchylný od koule leží níže.



Obr. 10.17. Závislost dynamického tvarového faktoru  $\phi_{Ar}$  na  $Ar^{1/3}$  pro několik tvarů částic přibližujících se ve směru šipky ke kouli

Zde zatím neuvádíme kvantitativní vyjádření parametru TVAR. Tento parametr může být u pravidelných tvarů uveden slovně, případně s doplněním dalších geometrických charakteristik: např. krychle, pravidelný osmistěn, válec s poměrem výšky ku průměru 2:5, kvádr s poměrem hran 5:2:1, rotační elipsoid s poměrem poloos 3:2 atd. U nepravidelných částic je výstižná kvantitativní charakteristika tvaru podstatně náročnější. Postup výpočtu rychlosti usazování  $v_u$  nekulové částice vychází z rovnice (10-36):

$$v_u = \phi_{Ar} v_{uo} [Ar = Ar_o] \quad (10-36c)$$

Nejprve tedy vypočteme pro danou nekulovou částici a danou tekutinu Archimedovo kritérium  $Ar$  a z něho postupem uvedeným v části 10.3 rychlosť usazování kulové částice  $v_{uo}$ . Tuto hodnotu přepočteme na rychlosť usazování nekulové částice  $v_u$  pomocí dynamického faktoru  $\phi_{Ar}$ , který je pro daný tvar částice a hodnotu  $Ar$  určen funkcí (10-38). Z rov. (10-36c) plyne, že nekulová částice se usazuje pomaleji než částice kulová.

Bližší podrobnosti o vlivu tvaru částice na rychlosť usazování a postup výpočtu jsou uvedeny v příloze A8.

#### 10.4.3 Vliv koncentrace částic v suspenzi

Vliv zvýšené koncentrace částic na usazování představuje složitý jev. Částice se vzájemně ovlivňují, a proto se mluví o *rušeném usazování*. Představíme-li si částice umístěné ve sloupci nad sebou, dojde ke zvýšení rychlosťi usazování ve srovnání s izolovanou částicí. Naproti tomu horizontálně uspořádané částice se vzhledem k izolované částici usazují pomaleji. Hlavním důvodem je proud tekutiny vznikající vytěšňováním usazujícími se částicemi a postupující v opačném směru, než probíhá usazování (viz část 10.4.1). Tím dochází k brzdění usazujících se částic. Který z protichůdných vlivů usazování horizontálně a vertikálně uspořádaných částic na rychlosť usazování suspenze převládne, bylo určeno pokusně.

Kniha [41] obsahuje rovnici, která byla sestavena na základě pokusných dat zjišťovaných při expanzi rovnoměrné fluidní vrstvy stejně velkých kulových částic o stejné hustotě (viz kap.11) a která současně popisuje usazování suspenzí:

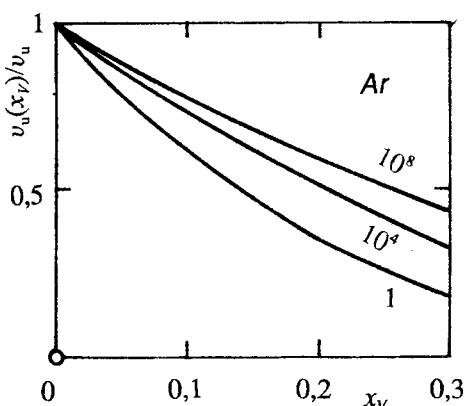
$$Re_u = \frac{Ar(1-x_v)^{4.75}}{18 + 0.6 [Ar(1-x_v)^{4.75}]^{0.5}} \quad (10-39)$$

nebo

$$Ly^{1/3} = \frac{Ar^{2/3}(1-x_v)^{4.75}}{18 + 0.6 (Ar^{1/3})^{1.5} (1-x_v)^{2.38}} \quad (10-40)$$

V obou rovnicích  $x_v$  je objemový zlomek pevných částic v suspenzi.

Pro ilustraci byl vliv koncentrace vypočten z rovnice (10-40) jako poměr rychlosti usazování při vlivu koncentrace částic  $v_u$  ( $x_v$ ) a rychlosti usazování izolované částice  $v_u$ . Poměr  $v_u(x_v) / v_u$  je ukázán na obr.10.18 v závislosti na  $x_v$  pro tři hodnoty  $Ar = 1; 10^4; 10^8$ . Z obrázku je vidět, že vliv koncentrace částic na rychlosť usazování je značný, zejména ve Stokesově oblasti. Je zřejmé, že při větší koncentraci částic v suspenzi je rychlosť usazování menší.



Obr.10.18. Vliv koncentrace částic  $x_v$  a Archimedova kritéria  $Ar$  na poměr  $v_u(x_v) / v_u$

Při hodnotách  $x_v < 0,01$  je možno s chybou nejvýše 5 % považovat usazování za nerušené a částice v suspenzi pro výpočet rychlosť usazování za izolované.

#### 10.4.4 Usazování polydisperzního souboru částic

Průběh usazování se zatím týkal monodisperzních částic, tj. částic stejné velikosti a stejných vlastností. Nyní si ukážeme, jak lze popsat usazování polydisperzního souboru částic, které přichází v praxi často v úvahu.

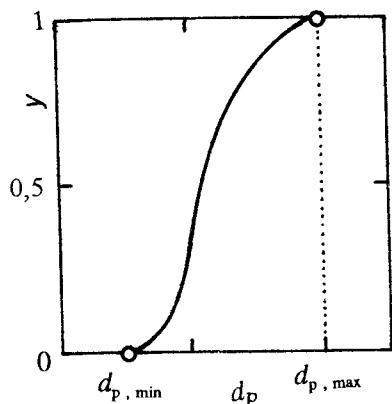
Pro jednoduchost budeme zatím uvažovat kulové částice stejné hustoty a lišící se pouze

velikostí.\* Uvažujme polydisperzní soubor částic nacházející se v rozpětí průměru  $d_{p,\min}$  až  $d_{p,\max}$ . Zastoupení jednotlivých velikostí částic v souboru je možno vyjádřit *distribuční funkci velikosti částic* v souboru, vyjádřené jako hmotnostní zlomek  $y(d_p)$  částic o průměru  $d_p$ , až  $d_p$ :

$$y(d_p) \equiv m(d_p) / m \quad (10-41)$$

kde  $m(d_p)$  je hmotnost částic o průměru  $d_{p,\min}$  až  $d_p$  a  $m$  je hmotnost celého souboru.

Předpokládejme, že soubor tvoří tak velký počet částic, že lze tuto distribuční funkci považovat za spojitou. Příklad takové distribuční funkce je ukázán na obr.10.19. Průběh  $y(d_p)$  pro



Obr.10.19. Příklad distribuční funkce velikosti částic  $y(d_p)$

určitý polydisperzní soubor lze stanovit některou z metod granulometrické analýzy, jako je např. sitová analýza, mikroskopická analýza a moderní počítačová analýza obrazu.

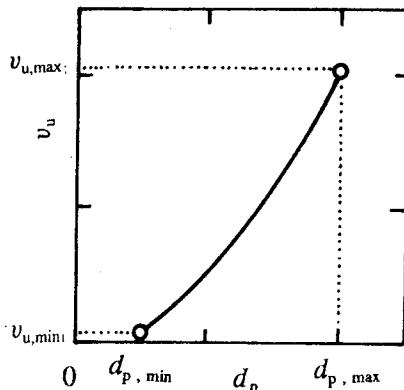
Z daného polydisperzního souboru vytvoříme nyní v kapalině suspenzi o dostatečně nízké koncentraci, abychom mohli považovat částice za izolované.\*\*) Potom z křivky na obr.10.19 vypočteme na základě vztahů v části 10.3 pro jednotlivé rozměry  $d_p$  a danou tekutinu rychlosť usazování  $v_u$ . Dostaneme tak nejprve závislost rychlosti usazování  $v_u$  na průměru částice  $d_p$ , tj. funkci  $v_u = v_u(d_p)$  (viz obr.10.20). Poté vyjádříme *distribuční funkci rychlosti usazování*

$$y(v_u) \equiv m(v_u) / m \quad (10-42)$$

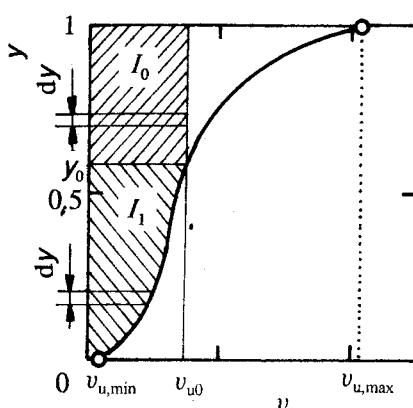
kde  $m(v_u)$  je hmotnost částic s rychlosťí usazování v rozmezí  $v_{u,\min}$  až  $v_u$ . Tato distribuční funkce je ukázána na obr.10.21.

\*Postup lze však použít i pro částice odlišných tvarů a hustot v souboru.

\*\*) Obdobně lze postupovat i v případě vyšší koncentrace suspendovaných částic s tím rozdílem, že uplatníme korekci způsobenou zvýšenou koncentrací (viz část 10.4.3).



Obr. 10.20. Závislost rychlosti usazování  $v_u$  na průměru částic  $d_p$  pro daný polydisperzní soubor v dané tekutině



Obr. 10.21. Příklad distribuční funkce rychlosti usazování částic  $y(v_u)$  s vyznačením integrálů  $I_0$  a  $I_1$

Představme si nyní, že jsme suspenzi s rovnoměrně rozptýlenými částicemi v čase  $\tau = 0$  naplnili válec. V hloubce  $H$  pod hladinou budeme sledovat proces sedimentace.\*)

Poskytneme-li suspenzi pro usazování čas  $\tau_u$ , pak úsek od hladiny do hloubky  $H$  urazí částice o průměru  $d_{p,0}$  s rychlosťí usazování  $v_{u,0}$ , pro kterou platí

$$v_{u,0} = H / \tau_u \quad (10-43)$$

Těmito částicím odpovídá hmotnostní zlomek

$$y_0 = m_0 / m \quad (10-44)$$

\* Proces sedimentace lze sledovat sedimentační analýzou. V hloubce  $H$  pod hladinou může být umístěna miska sedimentačních vah, které registrují množství usazených částic v čase nebo při Andreasenově sedimentační analýze je zjišťován obsah pevné fáze ve vzorcích pipetovaných z hloubky  $H$  v řadě časů. Zjištěný průběh sedimentace rovněž odpovídá situaci v usazováku v hloubce  $H$  pod hladinou (viz část 10.5).

kde  $m_0$  je hmotnost částic v polydisperzním souboru, jejichž rychlosť usazování je  $v_{u,\min}$  až  $v_{u,0}$ .

Všechny částice, pro ktoré platí  $v_u > v_{u,0}$ , jsou v čase  $\tau$  pod úrovni  $H$ , resp. usazeny. Naproti tomu z častic, pro ktoré je  $v_u < v_{u,0}$ , se usadí len časť. Jsou to ty částice, ktoré se v čase  $\tau = 0$  nacházejú nejvýše na vertikálnom úseku  $h$  nad rovinou v hloubke  $H$  ( $h < H$ ). Pro určenie častic vyplývajúceho úseku  $h$  ze vzorce

$$h = \tau_u v_u \quad (10-45)$$

Naopak tyto částice, nacházejúce sa na úseku ( $H - h$ ) pod hladinou, se tedy v čase  $\tau_u$  z dôvodu nízké rychlosťi usazovania  $v_u < v_{u,0}$  nedostanou pod úroveň  $H$ , t.j. neusadí sa, neboť pre dosaženie hloubky  $H$  potrebujú čas delší než  $\tau_u$ .

Snadno ukážeme, že plocha obdĺžnika

$$I = \int_0^1 v_{u,0} dy = v_{u,0} \quad (10-46)$$

je úmerná hmotnosti  $m$  všetkých častic, ktoré sa nachádzajú v úseku  $H$  v čase  $\tau = 0$ . Násobíme-li celou rovnici (10-46) pomereom  $m / v_{u,0}$ , dostaneme

$$m = m I / v_{u,0} \quad (10-46a)$$

neboť pomere  $I / v_{u,0} = 1$ , jak plyne z rov.(10-46).

Hmotnosť častic  $m_u$  usazených v čase  $\tau_u$  sa skladá z častic, ktoré sa usadí všetky ( $v_u \geq v_{u,0}$ ) a majú hmotnosť  $m_{u,0}$ , a z častic, ktoré sa usadí len z časti ( $v_u < v_{u,0}$ ), jak plyne z rovnice (10-44), a majú hmotnosť  $m_{u,1}$ :

$$m_u = m_{u,0} + m_{u,1} \quad (10-47)$$

Hmotnosť  $m_{u,0}$  je úmerná ploše (integrálu)  $I_0$  a hmotnosť  $m_{u,1}$  ploše (integrálu)  $I_1$  v obr.10.21, pričomže

$$I_0 = \int_{y_0}^1 v_{u,0} dy = v_{u,0} (1-y_0) \quad (10-48a)$$

$$I_1 = \int_0^{y_0} v_u dy \quad (10-48b)$$

Geometrickou predstavu o fyzikálnom významu integrálov  $I_1$  a  $I_0$  si lze udělat z obr.10.21, kde jsou odpovídajúce plochy vyšrafovány. Násobením  $I_0$  a  $I_1$  pomereom  $m / v_{u,0}$  dostaneme

$$m_u = (I_0 + I_1) m / v_{u,0} = m (1 - y_0) + m \int_0^{y_0} (v_u / v_{u,0}) dy$$

Poměr hmotnosti částic usazených v čase  $\tau_u$  a všech částic v úseku  $H$  v čase  $\tau = 0$  je potom dán rovnicí:

$$m_u / m = 1 - y_0 + \int_0^{y_u} (v_u / v_{u0}) dy \quad (10-48c)$$

Z dosavadního výkladu je jasné, že při  $v_{u0} \leq v_{u,\min}$ , tj. pro  $\tau_u \geq H / v_{u,\min}$  se usadí všechny částice, které byly v čase  $\tau = 0$  v úseku  $H$ , tj.  $m_u / m = 1$

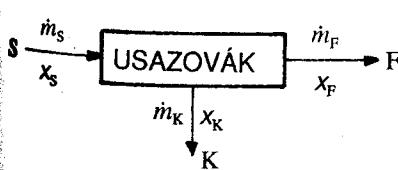
Při návrhu usazováků se obvykle požaduje, aby byly odstraněny prakticky všechny suspendované částice, a aby tedy usazovák opouštěla čistá tekutina. Potom se výpočet orientuje na částice s nejmenší hodnotou rychlosti usazování  $v_{u,\min}$ , tj. s největší dobou usazování částic  $\tau_{u,\max}$ . Z distribuční funkce  $y(v_u)$  na obr. 10.21 je vidět, že zastoupení těchto částic v polydisperzním souboru je malé. Proto je jejich koncentrace rovněž malá a jejich rychlosť usazování můžeme spolehlivě počítat z rovnic v části 10.3 (usazování izolované částice).

## 10.5 Výpočet usazováků

Do této části jsme zařadili jednak kontinuální gravitační usazováky s horizontálním a vertikálním prouděním suspenze, jednak velmi rozšířené cyklónové odlučovače, ve kterých dochází k usazování vlivem odstředivé síly\*).

Výpočet usazováků se zakládá hlavně na bilanci hmotnosti pevné fáze a na rovniči vyjadřující rychlosť usazování částic.

Nejprve sestavíme *hmotnostní bilanci*, která je univerzální pro všechny typy usazováků. Obr. 10.22 představuje bilanční schéma, v němž  $x_s$ ,  $x_K$ ,  $x_F$  jsou hmotnostní zlomky suspendovaných částic v jednotlivých prudech a  $\dot{m}_s$ ,  $\dot{m}_K$ ,  $\dot{m}_F$  jsou hmotnostní toky těchto proudu. Na rozdíl od obdobného bilančního schématu pro filtraci zde obecně uvažujeme *nenulovou* hodnotu koncentrace částic  $x_F$ . Situace  $x_F \neq 0$  nastává jednak u usazováků s nižší účinností odlučování, jednak tehdy, když usazovák slouží k třídění částic. Získané vztahy lze snadno upravit pro  $x_F = 0$ .



Obr. 10.22. Bilanční schéma usazováku  
S - suspenze, K - kal (usazenina, sediment), F - vyčistěná tekutina nebo tekutina se sníženým obsahem suspendovaných částic

\* Pojednání o usazovacích odstředivkách lze najít v knize [8], str. 256.

Ze schématu na obr.10.22 plynou pro *ustálený stav* dvě bilanční rovnice (celková a složková bilance):

$$\dot{m}_S = \dot{m}_K + \dot{m}_F \quad (10-49)$$

$$x_S \dot{m}_S = x_K \dot{m}_K + x_F \dot{m}_F \quad (10-50)$$

Z obou rovnic dostaneme vztah mezi hmotnostními toky  $\dot{m}_F$  a  $\dot{m}_S$ :

$$\dot{m}_F = \frac{x_K - x_S}{x_K - x_F} \dot{m}_S \quad (10-51)$$

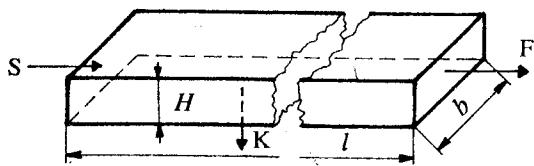
Jestliže opouští usazovák zcela vyčištěná tekutina, z rovnice (10-51) dostáváme

$$\dot{m}_F = \left( 1 - \frac{x_S}{x_K} \right) \dot{m}_S \quad [x_F = 0] \quad (10-51a)$$

Obdobné rovnice lze sestavit i pro vsádkově pracující usazovák.

### 10.5.1 Gravitační usazovák s horizontálním tokem suspenze

Uvažujeme gravitační usazovák ( $f = g$ ) typu *pravoúhlého usazováku* (obr.10.6B) nebo plavicího žlabu (obr.10.6C), jejichž schéma zjednodušíme, jak ukazuje obr.10.23<sup>\*)</sup>. Veličinu  $H$  představuje buď umístění dna pod hladinou při stálém odstraňování usazených částic, nebo hloubku pod hladinou, kde se nachází sediment, nebo hloubku horní hrany svislé přepážky pod hladinou u plavicího žlabu.



Obr.10.23. Zjednodušený pravoúhlý usazovák s horizontálním prouděním suspenze s konstantním průtočným průřezem  $S = bH$  a s usazovací plochou  $A = bl$

<sup>\*)</sup> Protože uvažujeme volnou hladinu suspenze v usazováku, jde samozřejmě o kapalnou suspenzi. Odvození však platí i pro plynné suspenze, kde výška  $H$  je určena výškou průtočného kanálu.

Další postup je založen na těchto zjednodušujících předpokladech :

1. Usazování probíhá v prostoru, který je vymezen na obr.10.23.
2. Suspenze je ve vstupním průřezu ( $l = 0$ ) rovnoměrně rozptýlena.
3. Proudění tekutiny má charakter pístového toku a usazování probíhá podle obr.10.5A.
4. Suspendované částice mají úhrnný objem mnohem menší než tekutina.

Aby se v usazováku stačily usadit částice, jejichž rychlosť a potřebná doba usazování jsou  $v_u$  a  $\tau_u$ , musí jim být poskytnuta střední doba pobytu tekutiny

$$\bar{\tau} \geq \tau_u \quad (10-52)$$

Doba usazování  $\tau_u$  je dána částicemi, které mají usazovací rychlosť  $v_u$  a jsou v čase  $\tau = 0$ , tj. ve vstupním průřezu ( $l = 0$ ) na hladině. Pro  $h = H$  dostáváme z rov.(10.45):

$$\tau_u = H / v_u \quad (10-45a)$$

Střední doba prodlení tekutiny v zařízení je dána obdobou rovnice (1-I)

$$\bar{\tau} = V / \dot{V} \quad (1-Ia)$$

kde  $V$  je aktivní objem zařízení a  $\dot{V}$  je objemový tok tekutiny.

Vzhledem k obr.10.23 a přijatým předpokladům platí

$$V = A H = b l H \quad (10-53)$$

Opouští-li usazovák tekutina se zanedbatelným množstvím častic ( $x_f \doteq 0$ ), můžeme přijmout rovnost  $\dot{V} = \dot{V}_F$  a spojením s rovnicí (1-Ia) pak dostaneme

$$\bar{\tau} = \frac{A H}{\dot{V}_F} = \frac{b l H}{\dot{V}_F} \quad (10-54)$$

Spojením rovnic (10-45a) a (10-54) pro krajní situaci podle rov.(10-52), tj. pro

$$\bar{\tau} = \tau_u \quad (10-52a)$$

dostaneme výkonnost usazováku vyjádřenou jako objemový tok vyčištěné tekutiny\*)

$$\dot{V}_F = A v_u \quad (10-55)$$

Výkonnost usazováku vyjádřenou pomocí hmotnostního toku suspenze dostaneme spojením rov.(10-55) s rovnicí hmotnostní bilance (10-51a) pro  $\dot{m}_F = \dot{V}_F \rho_f$ :

\*) Pro vsádkový usazovák bychom obdobně dostali  $\dot{V}_F = A v_u \tau_u$ , kde  $\tau_u$  je doba nezbytná pro usazování častic majících rychlosť usazování  $v_u$  a vyskytujících se v čase  $\tau = 0$  na hladině.

$$\dot{m}_S = \frac{A v_u \rho_f x_K}{x_K - x_S} \quad [x_F = 0] \quad (10-56)$$

Z rovnic (10-55) a (10-56) plyne důležitý poznatek, že *výkonnost usazováku nezávisí na jeho výšce*, ale je úměrná usazovací ploše. Proto se staví mělké usazováky (např. usazovací nádrže a kanály) nebo se zvětší usazovací plocha v usazováku patrovým uspořádáním usazovacích ploch (např. v prašné komoře - obr.10.6E).

Řada zjednodušujících předpokladů, které jsme uvedli, je v praxi splněna jen přibližně. Skutečné proudění v usazováku se liší od pístového toku. U hladiny je větší rychlosť než u dna. Tento nesoulad se silně zvyšuje v blízkosti přepadové hrany na konci usazováku. Proto je skutečná výkonnost podle rov.(10-55) a (10-56) asi o 40 % nižší než vypočtená a potřebná usazovací plocha  $A$  je přibližně o 70 % větší než vypočtená, což řešíme dodatečnou korekcí výpočtu.

Všimněme si ještě krátce *kontinuálního válcového usazováku s horizontálním tokem suspenze*. Příkladem takového usazováku je Dorrův usazovák (obr.10.6D). I když má tento usazovák kónické dno, pro další postup jej zjednodušíme na válec, v němž je  $H$  výška hladiny nade dnem (výška přepadové hrany pro vyčištěnou tekutinu  $F$ ). Přijmeme rovněž obdobné zjednodušující předpoklady, které jsme uvedli v souvislosti s pravoúhlým gravitačním usazovákem. Navíc zanedbáme průměr trubky na přívod suspenze  $S$  proti průměru usazováku  $D$ .

Vyjdeme z rovnice (10-52a). Střední doba prodlení tekutiny  $\bar{\tau}$  je opět dána rov.(1-1a), v níž aktivní objem je

$$V = \frac{\pi}{4} D^2 H = A H \quad (10-53a)$$

takže opět dospějeme k rovnicím (10-55) a (10-56), ovšem  $A = \pi D^2 / 4$ .

### 10.5.2 Gravitační usazovák s vertikálním prouděním suspenze

Obr.10.6A ukazuje *kontinuální válcový ukazovák s vertikálním prouděním suspenze*. Z axiálně umístěné trubky pro přívod suspenze vystupuje suspenze v hloubce  $H$  pod hladinou. Částice se usazují směrem dolů ( $\rho_s > \rho_f$ ) a tekutina teče směrem nahoru. Přijímají se opět některé zjednodušující předpoklady :

1. V hloubce  $H$  pod hladinou je suspenze rovnoměrně rozptýlena.
2. Vertikální proudění tekutiny má charakter pístového toku.
3. Průměr trubky na přívod suspenze je zanedbatelný proti průměru usazováku.

Protože tekutina teče vzhůru mimovrstvovou rychlosť  $v_f < 0$  (viz definice kladného směru v části 10.1), plyne z rovnice (10-3) mezní rychlosť usazování částic v daném usazováku

$$v_u = -v_f \quad [v_p = 0] \quad (10-57)$$

při níž postupná rychlosť mezních častic  $v_p$  je nulová. Za týchto podmínek se v usazováku zachytí všechny částice, které mají rychlosť usazování větší, než je rychlosť daná rovnicí (10-57).

U tohoto typu usazováku platí, že průtočná plocha  $S$  je rovna usazovací ploše  $A$ , tj.  $S = A$ . Protože

$$-v_f = \dot{V}_F / A \quad (10-58)$$

dostaneme z rovnice (10-57)

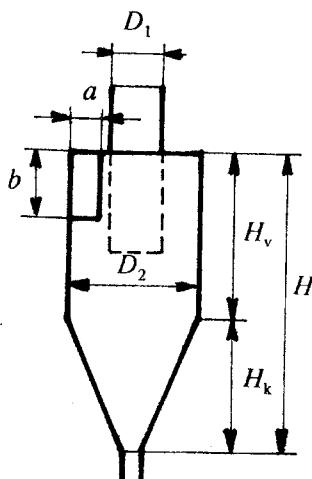
$$v_u = \dot{V}_F / A$$

což je po úpravě rovnice (10-55), kterou jsme odvodili pro gravitační usazovák s horizontálním prouděním suspenze. Je zřejmé, že pro gravitační usazovák s vertikálním tokem suspenze platí rovněž rovnice (10-56).

Vzhledem k odchylkám skutečného průběhu děje od výchozích předpokladů lze doporučit korekce výpočtů uvedené v závěru části 10.5.1.

### 10.5.3 Usazování v cyklónových odlučovačích

Uvažujeme cyklón nebo *hydrocyklón*, jehož činnost byla vysvětlena v části 10.2 a který je ukázán na obr. 10.8B. Zde ukážeme přibližný kvantitativní popis usazování částice ( $\rho_s > \rho_f$ ) v cyklónu, jehož hlavní rozměry ukazuje obr. 10.24. Rozměry sériově vyráběných cyklónů jsou určeny normami, např. [44]. Podrobnější informace lze též získat v knihách [40] a [45].



Obr. 10.24. Cyklón s vyznačením hlavních rozměrů

Suspenze vstupuje vstupním průřezem o velikosti  $ab$  tangenciálně do meziválcového prostoru cyklónu, jehož šířka je  $(R_2 - R_1) = (D_2 - D_1) / 2$ . Na této šířce předpokládáme rovnoměrné rozptýlení částic na vstupu do cyklónu. Rychlosť ve vstupním průřezu je  $v_t$ .

Vlivem tangenciálního vstupu a válcového tvaru cyklónu dojde k *rotaci suspenze*, takže na částici nacházející se v radiální vzdálenosti  $r$  od osy rotace působí podle rovnice (10-4c) měrná odstředivá síla

$$f = v_t^2 / r \quad (10-4c)$$

Střední rychlosť ve vstupním průřezu vypočteme z objemového toku  $\dot{V}_S \approx \dot{V}_F$  za předpokladu, že tekutina neuniká v proudu K a že koncentrace částic ve vstupující suspenzi je malá:

$$v_t = \dot{V}_F / (ab) \quad (10-59)$$

Za úsek, v němž může dojít v cyklónu k odloučení částice, považujeme válcovou část o výšce  $H_v$ . V tomto úseku dochází nejen k rotaci suspenze, ale současně i k postupnému pohybu. Výsledkem je pohyb po šroubovici. V závislosti na výšce  $H_v$  a na výšce vstupního průřezu  $b$  je počet závitů šroubovice

$$n = H_v / b \quad (10-60)$$

Vlivem odstředivé síly se částice současně pohybuje ke stěně. Radiální složka rychlosti částice je rychlosť usazování  $v_u$  vlivem odstředivé síly. Z rovnice (10-4c) plyne, že rychlosť usazování, definovaná vzorcem

$$v_u \equiv \frac{d r}{d \tau_u} \quad (10-61)$$

je funkcií poloměru  $r$ , tj.  $v_u = v_u(r)$ . Z této funkce vyjádřené pro dané podmínky (viz část 10.3) lze získat dobu usazování  $\tau_u$ .

V cyklónu se odloučí ještě ta částice, která za dobu  $\tau_u$  dostihne válcovou stěnu cyklónu. Sřední dráha  $l$ , kterou částice při  $n$  závitech šroubovice přibližně vykoná, je

$$l = \pi (D_1 + D_2) n/2 \quad (10-62)$$

Dráha  $l$  je pro mezní odlučované částice dána současně vzorcem

$$l = v_t \tau_{u0} \quad (10-63)$$

Dobu usazování  $\tau_{u0}$  určíme na základě vztahu pro výpočet rychlosti usazování  $v_u$ . Vzhledem k tomu, že cyklón slouží k odlučování velmi jemných částic, předpokládáme usazování ve Stokesově oblasti podle rovnice (10-22a):

$$v_u = \frac{f \Delta \rho}{18 \eta} d_p^2 \quad [Re_u \leq 0,2] \quad (10-22a)$$

Přihlédneme-li k rovnici (10-61), obdržíme z rovnic (10-22a) a (10-4c)

$$\int_0^{\tau_{u,0}} d \tau_u = \frac{18 \eta}{v_t^2 \Delta \rho d_{p0}^2} \int_{R_1}^{R_2} r dr$$

Po integraci a úpravě dostaneme

$$\tau_{u,0} = \frac{9}{4} \frac{\eta (D_2^2 - D_1^2)}{v_t^2 \Delta \rho d_{p0}^2} \quad (10-64)$$

Spojíme-li nyní rovnice (10-60), (10-62), (10-63) a (10-64), dostaneme vzorec pro mezní velikost částice  $d_{p0}$ :

$$d_{p0} = 1,20 \left[ \frac{\eta (D_2 - D_1) b}{v_t \Delta \rho H_v} \right]^{0,5} \quad (10-65)$$

Všechny částice větší než hodnota  $d_{p0}$  vypočtená z rovnice (10-65) by se mely v cyklónu bez zbytku odloučit. Částice menší než  $d_{p0}$  se odloučí jen zčásti. Z těchto častic se odloučí jen ty částice, které se na vstupu do cyklónu nacházejí dostatečně blízko k válcové stěně cyklónu, aby tuto stěnu dostihly po proběhnutí  $n$  závitů šroubovice. Blížší rozbor tzv. *frakční odlučivosti* častic je v principu stejný, jako jsme uvedli v části 10.4.4 při usazování polydisperzní směsi.

Z rovnice (10-65) je zřejmé, že mezní velikost odlučovaných častic  $d_{p0}$  klesá se vzrůstající vstupní rychlostí  $v_t$  a s počtem závitů šroubovice  $n = H_v / b$  a s klesající hodnotou  $(D_2 - D_1)$ . Proto vykazují štíhlé cyklóny s vysokou vstupní rychlostí vysokou odlučivost častic.

Zvyšování vstupní rychlosti  $v_t$  však musí být v relaci s přijatelnou tlakovou ztrátou  $\Delta p_{dis}$ , která se vyjadřuje jako tlaková ztráta na místním odporu se součinitelem odporu  $\zeta$ , tj. podle rovnice

$$\Delta p_{\text{dis}} = \zeta \frac{v_t^2}{2} \rho_f \quad (10-66)$$

Obvykle je tlaková ztráta v cyklónech pro odlučování částic z plynných suspenzí v rozmezí 400 až 1 000 Pa.

Hodnota součinitele odporu cyklónu je závislá především na jeho konstrukci. Lze ji určit pokusně nebo vyplývá např. z norem [44], podle kterých je přibližně 20. Kniha [45], str.361 uvádí podle konstrukčních parametrů cyklónů součinitel odporu od 5 do 24. Rov.(10-66) umožňuje nejen určení hodnoty  $\Delta p_{\text{dis}}$ , ale i interpolaci dat v normách [44] a přepočet tlakové ztráty při změně hustoty  $\rho_f$ , buď vlivem tlaku a teploty, nebo změnou složení plynu.

## KONTROLNÍ ÚLOHY

- 10.2.** Jakou výhodu může přinést, předřadíme-li usazování před filtrací místo bezprostřední filtrace určité suspenze?
- 10.13.** Odvoďte rovnice (10-22a) a (10-22b).
- 10.14.** Odvoďte rovnice (10-23a) a (10-23b).
- 10.18.** Určete maximální odchylku výpočtu  $v_u$  ve Stokesově oblasti při použití rovnic (10-27) a (10-34) a v Newtonově oblasti při použití rovnice typu (10-26) v porovnání s rov. (10-34).
- 10.21.** Z rovnic (10-35a, b) vypočítejte, kolikrát větší musí být průměr zařízení  $D$  než průměr částice  $d_p$ , aby rychlosť usazování při ovlínění stěnami byla aspoň 99 % rychlosti usazování bez vlivu stěn. Výsledky porovnejte s výpočtem pro ideální tekutinu pomocí rov.(10-35).
- 10.23.** V textu je uvedeno, že se ploché částice usazují ve skutečnosti tak, že vykonávají kývavý pohyb kolem své nejstabilnější polohy. Posuďte, zda a jak se liší rychlosť usazování při kývavém pohybu od rychlosťi usazování v nejstabilnější poloze a uveděte, který z nabídnutých výroků je správný a proč.  
Rychlosť usazování při kývavém pohybu je: a) stejná, b) větší, c) menší.
- 10.24.** Odvoďte vzorec vyjadřující vliv koncentrace částic  $x_v$  v suspenzi na rychlosť usazování odpovídající obr.10.18.
- 10.25.** Vyjádřete objemový tok tekutiny vstupující do usazováku v proudu zpracovávané suspenze pomocí relativních hmotnostních zlomků částic v původní suspenzi a v sedimentu (v kalu). Předpokládejte, že veškeré částice přejdou ze vstupující suspenze do sedimentu.
- 10.26.** Odvoďte obdobu rov.(10-56) pro vyjádření výkonnosti vsádkového usazováku.
- 10.27.** Vypočítejte, oč větší odstředivá síla působí na částici v cyklónu oproti síle gravitační za těchto podmínek:  
a) Cyklón má průměr válcové části  $D_2 = 1,00$  m.  
b) Cyklón má průměr válcové části  $D_2 = 0,160$  m.

V obou případech bude vstupní rychlosť  $v_t = 12 \text{ m s}^{-1}$  a poměr  $D_1 / D_2 = 2/5$ , kde  $D_1$  je průměr centrální roury pro odtok tekutiny z cyklónu.

**10.28.** Odvodte rovnici (10-65).