

11 Fluidace

Hlavní cíle kapitoly: Kvalitativní popis fluidní vrstvy a zavedení základních pojmů fluidace. Technický význam fluidace, výhody a nevýhody uplatnění fluidní vrstvy. Odvození vztahu pro výpočet tlakové ztráty ve fluidní vrstvě na základě rovnováhy sil. Vztahy pro výpočet prahové rychlosti fluidace. Výpočet prahové rychlosti úletu jako rychlosti usazování izolované částice. Empirický popis expanze rovnoměrné fluidní vrstvy.

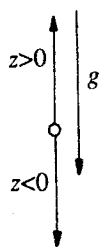
Požadované znalosti: Bernoulliho rovnice, síly působící v tekutině a rovnováha sil v proudící tekutině, měrná ztráta mechanické energie při proudění tekutiny nehybnou vrstvou zrnitého materiálu a Ergunova rovnice, výpočet rychlosti usazování izolované částice.

11.1 Kvalitativní popis fluidní vrstvy

Fluidace je definována jako děj, při němž je soubor pevných částic v poli hmotnostní síly udržován ve formě suspenze pouhým proudem tekutiny nebo směsí tekutin.^{*)} Tato kapitola velmi úzce navazuje na kap.8 (*Proudění tekutin nehybnou vrstvou zrnitého materiálu*) a na kap.10 (*Usazování*).

Pro jednoduchost uvažujeme jedinou měrnou objemovou sílu, a to gravitační zrychlení g . Odstředivá síla, síla magnetická ap. se v praxi uplatňují v souvislosti s fluidací mnohem řidčeji.

Na rozdíl od sedimentace volíme za kladný směr vertikální osy z směr nahoru, tj. směr opačný vůči gravitačnímu zrychlení g (viz obr.11.1). Rovnice (10-3), vyjadřující vztah mezi rychlostmi tekutiny v_f , částice v_p a rychlostí usazování v_u , platí i pro fluidní vrstvu. Protože však je při fluidaci obvykle vysoká koncentrace částic x_v , je odpovídající hodnota v_u mnohem nižší, než je rychlost usazování izolované částice, jak jsme již ukázali v části 10.4.3 a jak plyne z rovnice (10-39), resp. (10-40) nebo z obr.10.18.

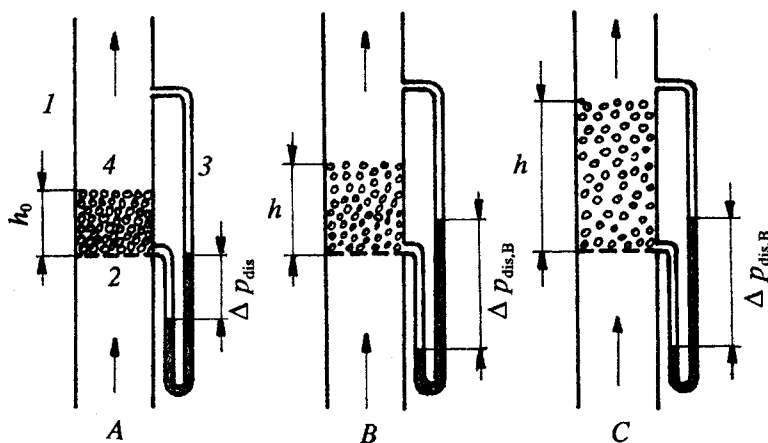


Obr.11.1. Volba kladného a záporného směru osy z vzhledem ke směru gravitačního zrychlení g

^{*)} Při použití směsi nemísitelných tekutin, např. kapaliny s plynem ve formě dispergovaných bublin, je kvantitativní popis značně obtížný. Kromě toho se fluidace pevných částic takovou směsí tekutin vyskytuje méně často. Proto zde pouze odkazujeme na knihu [46] a dále se zabýváme fluidací pouze jedinou tekutinou (viz též učebnice [8], kap. 13).

11.1.1 Popis jednoduchého pokusu

Pojmy *fluidní vrstva* a *fluidace* si blíže vysvětlíme na jednoduchém pokusu, který ilustruje obr.11.2. Pokusné zařízení se skládá ze svislé kolony (trubky) 1 konstantního průřezu S , opatřené děrovanou přepážkou (roštem) 2 a diferenčním manometrem 3. Zařízení naplníme tekutinou o hustotě ρ_f a na rošt 2 nasypeme jisté množství m_s zrnitého materiálu jednotných vlastností s hustotou $\rho_s > \rho_f$.) Tím se vytvoří nehybná vrstva zrnitého materiálu 4 o výšce h_0 . Rošt**) vykazuje reakci F_G , což je síla, jejíž hodnota F_G se rovná hodnotě tíže částic ve vrstvě F_V zmenšené o hodnotu vztlaku F_{Ar} , ale má směr opačný, tj. nahoru.



Obr.11.2. Ukázka přechodu nehybné vrstvy zrnitého materiálu na vrstvu fluidní a expanze fluidní vrstvy

1 - fluidační kolona, 2 - rošt, 3 - diferenční manometr, 4 - vrstva částic

A - rychlost tekutiny v_A , B - rychlost v_B , C - rychlost v_C

Rychlost tekutiny $v_C > v_B > v_0 > v_A$

Nyní uvedeme tekutinu do pohybu směrem vzhůru. Na částice tím bude působit síla hydraulického odporu, jejíž hodnota F_R roste s rostoucí rychlostí tekutiny obtékající částice. Tato rychlost závisí na objemovém toku tekutiny $\dot{V}_f$ a na mezerovitosti vrstvy ϵ . V případě nehybné vrstvy (viz kap.8)****) je mezerovitost ϵ_0 konstantní a odpor vrstvy roste s rostoucím objemovým tokem tekutiny $\dot{V}_f$, resp. s rostoucí mimovrstvovou rychlostí tekutiny v danou rovnicí

$$v \equiv \dot{V}_f / S \quad (11-1)$$

*) Příklad $\rho_s > \rho_f$ je v praxi mnohem běžnější než případ $\rho_s < \rho_f$.

**) Rošt slouží nejen k zachycení částic, ale i k rovnoměrnému rozdělení tekutiny po průřezu S . Podrobněji je význam roštu a jeho výpočet uveden v příloze A9.

****) Oproti kap.8 používáme index 0 pro označení nehybné vrstvy zrnitého materiálu.

Při menších hodnotách rychlosti v , tj. za podmínek existence nehybné vrstvy zrnitého materiálu, konstantní hodnotě ε_0 odpovídá konstantní výška vrstvy h_0 . Tuto situaci ukazuje obr.11.2A. Při zvyšující se rychlosti tekutiny roste proto za těchto podmínek tlaková ztráta Δp_{dis} podle vzorců, které jsme uvedli pro nehybnou vrstvu zrnitého materiálu v kap.8. Hodnotu tlakové ztráty Δp_{dis} můžeme také přímo určit z údaje diferenčního manometru 3 podle obr.11.2. Se zvětšováním hodnoty v a Δp_{dis} lze současně pozorovat zmenšování hodnoty reakce roštu F_G , neboť hodnota tíhy pevných částic F_V je částečně kompenzována nejen konstantní hodnotou vztlakové síly F_{Ar} , ale i narůstajícího odporu nehybné vrstvy F_R .

Při určité rychlosti v_0 klesne hodnota reakce roštu na nulu ($F_G = 0$) a je dosaženo rovnováhy hodnot sil F_V , F_{Ar} a F_R . Za tohoto stavu se částice v tekutině volně vznášejí, protože na ně nepůsobí žádná výsledná síla, a při dalším zvýšení rychlosti tekutiny se částice rozestoupí tak, že se opět ustaví rovnováha sil. Vrstvu částic při rychlosti $v \geq v_0$, která se vyznačuje zmíněnou rovnováhou sil a pohyblivostí částic, nazýváme fluidní vrstvou. Minimální rychlost v_0 , při které se fluidní vrstva vytvoří z nehybné vrstvy, nazýváme prahovou rychlostí fluidace. Stav vrstvy při rychlosti v_0 označujeme jako *práh fluidace*. Vzhledem k rovnováze sil ve fluidní vrstvě je její tlaková ztráta $\Delta p_{\text{dis,B}}$ konstantní, tj. *nezávislá na rychlosti tekutiny*.

Již jsme se zmínili o tom, že při rychlosti tekutiny $v > v_0$ dochází k rozestupování částic, což vede k zvýšení objemu fluidní vrstvy V_B , a tím i výšky fluidní vrstvy $h \geq h_0$. Tento děj nazýváme *expanze fluidní vrstvy*. Je znázorněn na obr.11.2B a C.

Stupeň expanze fluidní vrstvy se obvykle vyjadřuje pomocí mezerovitosti ε . Při expanzi fluidní vrstvy z výšky h_0 na výšku h roste rovněž mezerovitost z hodnoty ε_0 na ε . Mezerovitost vrstvy jsme již definovali rovnicí (8-9) jako objemový zlomek tekutiny, která se nachází v mezerách mezi částicemi ve vrstvě. Současně s růstem mezerovitosti ε při expanzi fluidní vrstvy klesá koncentrace částic x_V (objemový zlomek) ve vrstvě, neboť považujeme fluidní vrstvu za dvousložkový systém (tekutina, částice). Koncentraci x_V jsme definovali rov.(8-10). Z rov.(8-10) plyne

$$\varepsilon + x_V = 1 \quad (11-2)$$

přičemž

$$\varepsilon \equiv V_f / V_B = V_f / (V_f + V_s) \quad (8-9)$$

a

$$x_V \equiv V_s / V_B = V_s / (V_f + V_s) \quad (8-10)$$

V případě popsaného pokusu předpokládáme zařízení o konstantním průřezu S . Proto můžeme uvedené vzorce dále upravit.

Při náplni kolony částicemi o hmotnosti m_s a hustotě ρ_s a při expanzi vrstvy na výšku h je střední koncentrace částic ve fluidní vrstvě

$$x_V = \frac{m_s}{\rho_s S h} = \frac{V_s}{S h} = \frac{h_c}{h} \quad (11-3)$$

Konstatní poměr V_s / S jsme označili h_c , což je výška kompaktní vrstvy částic (vrstva s nulovou mezerovitostí), pro kterou platí $x_{v,c} = 1$. Spojením rovnic (11-2) a (11-3) dostaneme obdobnou rovnici pro mezerovitost ε :

$$\varepsilon = 1 - \frac{m_s}{\rho_s S h} = 1 - \frac{h_c}{h} \quad (11-4)$$

Z uvedených vzorců vyplývá důležitý výsledek: Součin koncentrace částic x_v a výšky fluidní vrstvy h je konstanta h_c , což lze vyjádřit vztahem

$$x_v h = (1-\varepsilon) h = V_s / S = h_c = \text{konst} \quad (11-5)$$

Uvedené vzorce platí v případě, že se v průběhu fluidace objem částic V_s ve fluidní vrstvě nemění. Tyto vzorce uplatníme dále při kvantitativním popisu fluidní vrstvy a k praktickým výpočtům.

Necháme-li vrstvu expandovat postupným zvětšováním rychlosti tekutiny tak, že objem fluidní vrstvy je větší než objem kolony nad roštem (výška expandované vrstvy h by byla vyšší než výška kolony nad roštem h'), opustí přebytečná část zrnitého materiálu kolonu. Tento jev nazýváme *úlet částic*. Rychlost, při které u daných částic a daného zařízení při dané náplni m_s dojde k úletu, nazýváme *úletová rychlost* v'_e .

V případě hypoteticky nekonečně vysoké kolony a konečného množství částic ve vrstvě dojde k úletu teprve při $\varepsilon \rightarrow 1$, tj. když se koncentrace částic blíží k nule. Minimální rychlost tekutiny, při které tato situace nastane, se označuje jako *prahová rychlost úletu* v_e a uvedený stav se nazývá *práh úletu*.

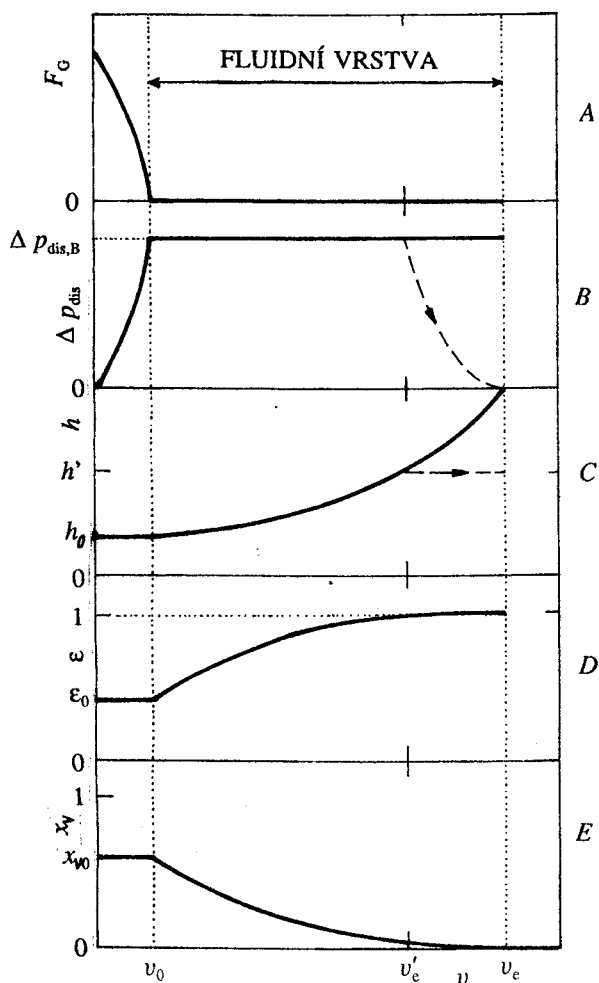
Při rychlosti tekutiny $v \geq v'_e$ se zařízení vyprázdní, není-li ulétající materiál trvale doplňován dávkováním do zařízení.^{*)} Je prokázáno, že lze s technickou přesností položit rovnost mezi hodnotami prahové rychlosti úletu a rychlostí usazování izolované částice. Tím je dán návod pro výpočet prahové rychlosti úletu pomocí vzorců pro výpočet rychlosti v_u uvedených v částech 10.3 a 10.4.

Jak plyne z uvedeného jednoduchého pokusu, je *oblast existence fluidní vrstvy* s jednorázovou vsádkou zrnitého materiálu m_s omezena zdola prahovou rychlostí fluidace v_0 a shora prahovou rychlostí úletu v_e . Fluidní vrstva bez doplňování částic dávkováním má tedy vymezený rozsah existence mimovrstvou rychlostí tekutiny

$$v \in \langle v_0 ; v_e \rangle \quad (11-6)$$

Obr.11.3 znázorňuje průběh uskutečněného pokusu ve formě závislostí reakce roštu F_G (obr.11.3A), tlakové ztráty Δp_{dis} (obr.11.3B), výšky vrstvy h (obr.11.3C), mezerovitosti vrstvy ε (obr.11.3D) a koncentrace částic x_v (obr.11.3E) na společné proměnné, kterou je mimovrstvová rychlost tekutiny v . Tečkovaně je vyznačena oblast existence fluidní vrstvy bez trvalého přísunu zrnitého materiálu. V obr.11.3B a C je přerušovanými čarami ukázán průběh

^{*)} Nad rychlostí úletu v'_e nebo v_e a při stálém dávkování zrnitého materiálu pracují kontinuální zařízení na pneumotransport nebo hydrotransport zrnitého materiálu a fluidační třídiče.



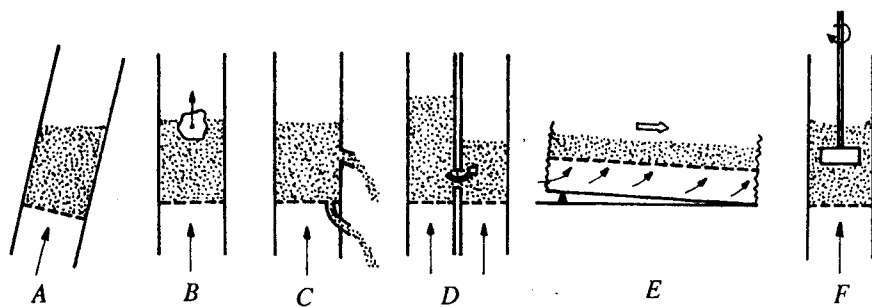
Obr.11.3. Závislost hodnoty reakce roštu F_G (A), tlakové ztráty Δp_{dis} (B), výšky vrstvy h (C), mezerovitosti ε (D) a koncentrace částic x_v (E) na mimovrstvové rychlosti tekutiny v

závislosti pro případ kolony o snížené výšce h' , kdy první částice začínají ulétat při rychlosti $v'_e < v_e$. Šipkou je naznačeno, že se rychlost tekutiny zvyšuje. U závislostí na obr.11.3A, D a E je průběh pro sníženou i neomezenou výšku kolony shodný.

11.1.2 Základní vlastnosti fluidní vrstvy

Nejvýznamnějšími vlastnostmi fluidní vrstvy je *pohyblivost pevných částic* a to, že *celý povrch částic je ve styku s proudící tekutinou*. Intenzita různých dějů probíhajících ve fluidní vrstvě (např. sdílení tepla a hmoty) je proto ve srovnání s nehybnou vrstvou zrnitého materiálu řádově větší. Toho se využívá při intenzifikaci průmyslových procesů uplatněním fluidace (viz část 11.1.3).

Pohyblivost částic a hladina vrstvy dává fluidní vrstvě vlastnosti, které lze přirovnat k vlastnostem reálné kapaliny, jak demonstruje obr.11.4. Fluidní vrstva vytváří přibližně



Obr.11.4. Ukázky analogie mezi fluidní vrstvou a reálnou kapalinou

A - vodorovná hladina fluidní vrstvy, B - vztlaková síla F_A , působící na těleso ponořené do fluidní vrstvy, C - výtok fluidní vrstvy otvorem ve dně a ve stěně, D - vyrovnávání hladin vzájemně propojených fluidních vrstev, E - tok fluidní vrstvy po nakloněném roštu, F - fluidní vrstva klade hydraulický odpor proti pohybu tělesa

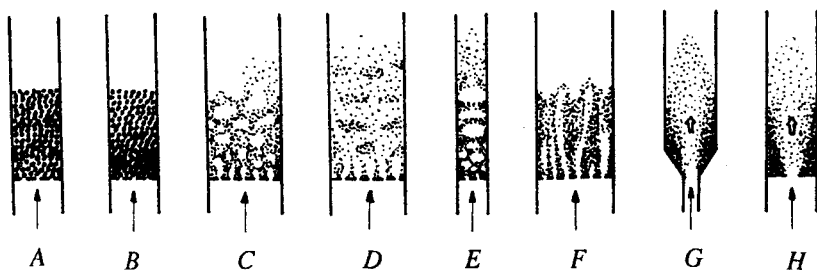
vodorovnou hladinu (obr.11.4A), tj. hladinu kolmou na směr působící objemové síly. Na ponořená tělesa působí ve fluidní vrstvě vztlak (obr.11.4B) a ponořené těleso podle své hustoty a střední hustoty fluidní vrstvy buď ve fluidní vrstvě plave, vznáší se, nebo klesá k roštu.⁹ Fluidní vrstva vytváří hydrostatický tlak jako kapalina a vytéká otvorem v roštu nebo ve stěně (obr.11.4C) nebo přetéká z jedné fluidní vrstvy do druhé (obr.11.4D), až se tlaky vyrovnají jako ve spojených nádobách (viz část 4.3). Na obr.11.4.E je zakreslen úsek kontinuálního zařízení, označovaného *fluidační žlab*. Fluidní vrstva teče ve směru sklonu roštu jako kapalina v otevřeném kanálu. Pohybujeme-li nějakým předmětem ve fluidní vrstvě, např. otáčíme míchadlem podle obr.11.4F, zaregistrujeme hydraulický odpor stejně jako při pohybu ve viskózní tekutině. Z tekutosti fluidní vrstvy je vytvořen její název.

V závislosti na charakteru částic a tekutiny, na rychlosti tekutiny, na tvaru a průměru zařízení a na vlastnostech roštu se vytvářejí *fluidní vrstvy různých typů*. Různé typy se vyznačují různým rozložením částic v prostoru fluidní vrstvy a v čase (viz obr.11.5).

V ideálním případě by rozložení částic bylo zcela rovnoměrné. Takovou vrstvu nazýváme *ideálně rovnoměrná* fluidní vrstva (obr.11.5A). Tomuto typu se blíží fluidní vrstva tvořená z částic jednotné velikosti a stejných vlastností (monodisperzní částice). Při fluidaci částic různých vlastností (polydisperzní částice) se může vytvořit koncentrační profil po výšce vrstvy. Pokud jsou částice rovnoměrně rozloženy v libovolném vodorovném průřezu a jejich místní koncentrace nezávisí na čase, mluvíme o *rovnoměrné* fluidní vrstvě (obr.11.5B).

Zejména při fluidaci plyny však zpravidla dochází i při ustáleném přívodu tekutiny do zařízení ke kolísání místní koncentrace částic během času a prostorové rozložení částic je nerovnoměrné. Proto se tato vrstva nazývá *nerovnoměrná* fluidní vrstva. Oblasti zvýšené a snížené koncentrace částic nemusí být nebo mohou být poměrně ostře ohraničeny. Při plynulém přechodu mezi těmito oblastmi mluvíme o *turbulentní* fluidní vrstvě.

⁹ Tato vlastnost se využívá k třídění, např. uhlí od hlušiny.



Obr.11.5. Různé typy rovnoměrných (A, B) a nerovnoměrných (C až H) fluidních vrstev.

A - ideálně rovnoměrná fluidní vrstva, B - rovnoměrná fluidní vrstva, C - bublinová vrstva, D - shluková vrstva, E - pístová vrstva, F - kanálková vrstva, G - gejzírová vrstva v kónickém zařízení bez roštu, H - gejzírová vrstva v zařízení opatřeném roštem s jediným otvorem

Podle tvaru ostře ohraničených oblastí a podle jejich časových změn rozlišujeme dále několik typů nerovnoměrné fluidní vrstvy. Mají-li zmíněné oblasti tvar bublin o průměru výrazně menším než je průměr zařízení, jde o *bublinovou* fluidní vrstvu (obr.11.5C). Převládají-li naopak ve vrstvě shluky částic a tyto shluky mají výrazně menší průměr než je průměr zařízení, jde o *shlukovou* fluidní vrstvu (obr.11.5D). Jak je z obrázků patrné, je výskyt bubliny typický u fluidní vrstvy s velkou střední koncentrací částic, kdežto shluky se vytvářejí při malé střední koncentraci částic. Bublinová vrstva je nejčastějším typem fluidní vrstvy v průmyslových zařízeních, kdežto shluková vrstva se vyskytuje zejména při pneumotransportu, ve fluidačních třidičích a v prostoru nad vlastní fluidní vrstvou.

Průměr bublin se směrem od roštu zvětšuje hlavně jejich splýváním (koalescencí). U vysokých a úzkých bublinových vrstev se může průměr bublin zvětšit až na průměr zařízení. Pohyb oblastí vyplněných převážně buď tekutinou, nebo částicemi dělá dojem pohybu za sebou umístěných pístů. Proto se v tomto případě mluví o *pístové* fluidní vrstvě (obr.11.5E).

Někdy se částice uvádějí obtížně do stavu fluidní vrstvy, např. z důvodů lepivosti, elektrostatického náboje nebo plochého či tyčového tvaru částic. Potom se ve vrstvě vytvoří hlavně v oblasti prahu fluidace kanálky, kterými tekutina přednostně proudí. Poloha těchto kanálků se zpravidla s časem mění. Potom jde o *kanálkovou* vrstvu (obr.11.5F). Při vyšší rychlosti tekutiny kanálky obvykle zanikají a vrstva přechází na jiný typ nerovnoměrné fluidní vrstvy. Kanálková vrstva je pro špatný kontakt pevné fáze a tekutiny nežádoucí. Kanálky je možno také rozrušovat např. pulsací tlaku pod roštem nebo nad vrstvou, mechanickým mícháním vrstvy, vibrací roštu a vhodným tvarem zařízení.

V kónickém zařízení bez roštu nebo při užití roštu s jedním nebo s několika málo otvory vstupuje tekutina do vrstvy částic velkou rychlostí. Vrstva má vzhled gejzíru. Proto ji nazveme *gejzírová* vrstva (obr.11.5G, H). Veliká rychlost tekutiny na vstupu do zařízení u tohoto typu umožňuje i fluidaci obtížně fluidovatelných nebo hrubozrnných materiálů. Cirkulace částic v gejzírové vrstvě je usměrněná a styk tekutiny a pevné fáze je v této vrstvě i u špatně fluidovatelných materiálů velmi dobrý.

Velikost odchylek v koncentraci částic, tj. stupeň nerovnoměrnosti fluidní vrstvy, závisí na řadě faktorů. Na prvním místě je to tzv. *Archimedův simplex* Γ_p , což je poměr

$$\Gamma_p \equiv \frac{\rho_s - \rho_f}{\rho_f} \quad (11-7)$$

Dalšími faktory jsou vlastnosti částic, tvar zařízení a vlastnosti roštu ^{*)}.

Podle hodnoty Archimedova simplexu lze předem odhadnout, zda se vytvoří fluidní vrstva rovnoměrná nebo nerovnoměrná. Jestliže

$$\Gamma_p < 10 \quad (11-7a)$$

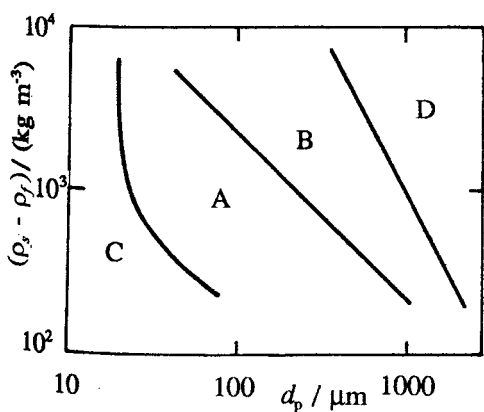
dostaneme fluidní vrstvu *rovnoměrnou* (viz obr.11.5A, B). Rovnoměrná fluidní vrstva se obvykle vytvoří *při fluidaci kapalinami*. Rozdíl v hustotách pevné a tekuté fáze je menší než jeden řád, což vyvolává malé fluktuace koncentrace částic. Naproti tomu

$$\Gamma_p > 10 \quad (11-7b)$$

vede ke vzniku *nerovnoměrné* fluidní vrstvy, což je typické při použití *plynů* k fluidaci (viz obr.11.5C až H). V tomto případě je rozdíl hustot obou fází obvykle několik řádů. To způsobuje velké koncentrační fluktuace.

Při kvantitativním popisu fluidní vrstvy se omezíme (viz část 11.2) na jednodušší případ, kterým je rovnoměrná fluidní vrstva.

Geldart [47] rozdělil částice do 4 kategorií A až D podle schopnosti vytvářet fluidní vrstvu při použití vzduchu. Jako rozhodující našel dva faktory: rozdíl ($\rho_s - \rho_f$) a velikost částic d_p . Jednotlivé kategorie jsou vymezeny graficky na obr.11.6.



Obr.11.6. Diagram rozdělení zrnitých materiálů do kategorií A až D podle Geldarta [47] na základě schopnosti fluidace vzduchem

^{*)} Vliv roštu na nerovnoměrnost fluidní vrstvy je popsán v příloze A9.

Kategorie C představuje velmi jemné materiály mimořádně obtížné fluidovatelnosti, neboť síly soudržnosti mezi částicemi jsou podstatně větší než silové účinky tekutiny, např. z důvodů nízké rychlosti, která může být použita. Materiál této kategorie má obvykle velikost částic pod 20 μm , takže má velký povrch. Vytvoření fluidní vrstvy takového materiálu lze docílit mechanickým mícháním, vibracemi, rotujícími tryskami na vstupující plyn, pulsacemi vstupujícího plynu ap. Po přerušení přísunu plynu zůstane vrstva po mnoho minut v aerované formě. Jen pozvolna uvolňuje zachycený plyn a snižuje svoji expanzi.

Kategorie A zahrnuje materiály lehce soudržné s částicemi hrubozrnnějšími než kategorie C. Snáze vytvářejí fluidní vrstvu. Nevyžadují mechanické míchání ap. Při překročení určité rychlosti, která je vyšší než prahová rychlost fluidace vzniká bublinová vrstva s intenzivní cirkulací, výměnou tepla ap. Při přerušení fluidace dochází k výrazně rychlejší deaeraci než u materiálů kategorie C.

U kategorie B jsou zanedbatelné síly působící mezi částicemi. Tyto materiály jsou lehce fluidovatelné. Poskytují bublinovou vrstvu prakticky hned od prahu fluidace.

Do kategorie D patří materiály hrubozrnné a s vyšší hustotou. Jsou snadno fluidovatelné a snadno vytvářejí gejzírovou vrstvu i při značných výškách vrstvy.

11.1.3 Technický význam fluidní vrstvy

V přírodě se vyskytuje fluidní vrstva vzácně ve formě tzv. *tekutých písků*, které se vytvářejí v sypké půdě vyvěráním vody nebo plynu. Jejich výskyt je nežádoucí, zejména z hlediska stavebnictví a dopravy. Naproti tomu fluidní vrstva vytvořená v průmyslových podmínkách umožňuje intenzifikovat a racionalizovat řadu průmyslových výroby.

I když je fluidace známa delší dobu, širšího významu nabyla až za druhé světové války; uplatnění fluidační techniky ke krakování ropy výrazně zlevnilo a zvýšilo produkci benzínu. Mimořádné vlastnosti fluidní vrstvy poskytují široké možnosti použití fluidace při různých jak čistě fyzikálních dějích, tak i při chemických procesech. Intenzivní pohyb částic ve vrstvě, kontakt celého povrchu částic s tekutinou a promíchávání vrstvy způsobuje vysokou intenzitu sdílení tepla a hmoty a rychlé vyrovnávání teplotních a koncentračních rozdílů. Tekutost fluidní vrstvy umožňuje mechanizovat a kontinualizovat postupy, při nichž se zpracovává zrnitý materiál.

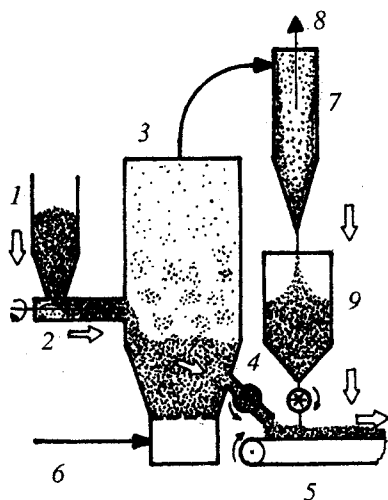
Fluidační techniky se používá, jde-li o zpracování tekutiny (např. při chlazení, ohřívání, krystalizaci, adsorpci, výměně iontů, spalování plynu, odsířování plynu) nebo o zpracování zrnitého materiálu (např. horizontální a vertikální doprava zrnitého materiálu, jeho třídění, směšování práškových hmot, rozpouštění, vyluhování, chlazení, ohřívání, sušení, pražení, spalování a další chemické reakce) či o vytváření vhodného prostředí (např. třídění různě hustých pevných látek ve fluidní vrstvě třetí látky, sdílení tepla ve výměnících s přísádkem zrnité látky pro zvýšení intenzity procesu, ohřívání nebo ochlazení těles v prostředí fluidní vrstvy, sušení fólií průchodem fluidní vrstvou).

Hlavní výhody uplatnění fluidace tedy jsou : snadná manipulace se zrnitým materiálem a vysoká intenzita dějů. Např. vysoká intenzita sušení zrnitých látek ve fluidní vrstvě vede ke snížení aktivního objemu sušárny ve srovnání se sušením v nehybné vrstvě o více než 90 %. K obdobnému výsledku dospíváme při spalování paliv a odpadů s nízkým

obsahem spalitelných komponent. Vysoká intenzita oxidace ve fluidní vrstvě umožňuje jejich spalování v malém objemu, a tím udržení teploty ve spalovacím prostoru nad zápalnou teplotou. Přitom pro spolehlivé hoření postačuje výrazně nižší teplota (700 - 800 °C) ve fluidní vrstvě než např. při klasickém spalování v nehybné vrstvě paliva (nad 1000 °C). Fluidační způsob spalování fosilních paliv se proto ve světě rychle rozšiřuje, neboť z důvodu nižší teploty vzniká výrazně méně ekologicky nebezpečné směsi oxidů dusíku (NO_x).

Hlavní nevýhody fluidace: Někdy dochází k oteru částic a zařízení, někdy vadí úlet méně hmotných částic, intenzivní promíchávání částic a tekutiny snižuje hybnou sílu děje a chemickou konverzi, u nerovnoměrné fluidní vrstvy dochází ke sníženému kontaktu tekutiny v bublinách nebo kanálcích s částicemi.

Typické zařízení s fluidní vrstvou a kontinuálním průchodem zrnitého materiálu ukazuje obr.11.7. Zrnitý materiál je ze zásobníku 1 dávkován šnekovým (nebo jiným) dávkovačem 2 do fluidačního aparátu nebo reaktoru 3 a po průchodu fluidní vrstvou a po proběhnutí příslušného děje odpadá zčásti výstupním potrubím 4, opatřeným tlakovým uzávěrem, na dopravník 5. Potrubím 6 vstupuje fluidační tekutina do podroštového prostoru aparátu. Tekutina prochází roštem a v nadroštovém prostoru vytváří ze zrnitého materiálu fluidní vrstvu, v níž probíhá příslušný děj (třídění, sdílení tepla, sušení, chemická reakce apod.). Tekutina opouští aparát 3 spolu s ulétajícími částicemi do odlučovače úletu 7, kterým může být cyklón, mokrý cyklón, pěnová pračka, elektrostatický odlučovač, filtr aj. Tekutina alespoň zčásti zbavená úletu vystupuje potrubím 8 a odloučený úlet postupuje do zásobníku úletu 9. Z něho úlet vystupuje buď periodicky, nebo kontinuálně dávkovačem úletu, který současně funguje jako tlakový uzávěr.



Obr.11.7. Typické zařízení s fluidní vrstvou

1 - zásobník zrnitého materiálu, 2 - šnekový (nebo jiný) dávkovač materiálu, 3 - fluidační aparát (reaktor), 4 - odpad zpracovávaného materiálu s tlakovým uzávěrem (turniket), 5 - dopravník, 6 - přívod fluidační (reakční) tekutiny, 7 - odlučovač úletu (cyklón), 8 - výstup tekutiny zbavené úletu, 9 - zásobník úletu s výpustí tvořenou tlakovým uzávěrem (turniket)

Existuje velké množství obměn popsaného zařízení zejména s ohledem na proces, který probíhá ve fluidní vrstvě. Jiné je vybavení zařízení pro práci s plynem nebo kapalinou nebo při vysokoteplotních procesech či při nebezpečí exploze. V aparátu 3 na obr.11.7 lze očekávat téměř ideální míšení částic v prostoru fluidní vrstvy. Potřebujeme-li docílit spíše pístového toku částic, např. pro účely odtřídění jemných podílů zrnitého materiálu úletem,

chlazení zrnitých materiálů nebo sušení nelepivých materiálů, volíme podlouhlý aparát s usměrněným tokem fluidní vrstvy podél roštu (viz obr.11.4E), který nazýváme *fluidační žlab*.

11.2 Kvantitativní popis fluidní vrstvy

Tento oddíl je rozdělen do čtyř částí. Nejprve se zabýváme odvozením tlakové ztráty ve fluidní vrstvě (11.2.1), poté vztahy pro výpočet prahové rychlosti fluidace (11.2.2), dále je vysvětlen způsob výpočtu prahové rychlosti úletu (11.2.3) a nakonec jsou uvedeny vztahy vyjadřující expanzi fluidní vrstvy (11.2.4). V celé části 11.2 se vychází z předpokladu, že jde o rovnoměrnou fluidní vrstvu.

11.2.1 Tlaková ztráta ve fluidní vrstvě a hydrostatický tlak fluidní vrstvy

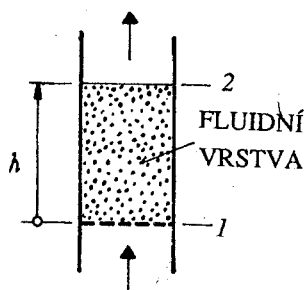
V části 11.1 je uvedeno, že se fluidní vrstva vyznačuje rovnováhou síly objemové F_V , vztlakové F_{Ar} a odporové F_R , což je stejná situace jako při rovnoměrném pohybu částice nebo souboru částic při jejich usazování (kap.10).

Zavedeme nejprve tyto *zjednodušující předpoklady* :

1. Průřezy S_1 a S_2 na obr.11.8 jsou stejné, tj. platí:

$$S_1 = S_2$$

2. Ve fluidní vrstvě existuje rovnováha objemové síly F_V působící na částice a plošných sil F_{Ar} a F_R .
3. Povrch částic je mnohem větší než povrch stěn. Proto zanedbáme odpor stěn oproti odporu částic.
4. Stav je ustálený.



Obr.11.8. Schéma pro odvození vztahů na výpočet tlakové ztráty ve fluidní vrstvě a hydrostatického tlaku fluidní vrstvy

Na základě předpokladu 1 dostaneme pro $\rho_f = \text{konst}$ z rovnice kontinuity

$$v_1 = v_2 \quad (11-8)$$

Pro názornost uvažujeme fluidní vrstvu složenou z částic o hustotě $\rho_s > \rho_f$. Přihlédneme-li k definici kladného směru podle obr.11.1, zapíšeme rovnováhu hodnot sil F_V , F_{Ar} a F_R působících rovnoběžně s osou z vztahem

$$F_R = F_V - F_{Ar} \quad [\rho_s > \rho_f] \quad (11-9)$$

Práce konaná odporovou silou s hodnotou F_R odpovídá ztrátě mechanické energie, jak je ukázáno např. v kap.10. Proto platí

$$F_R / S = \Delta p_{\text{dis},B} \quad (11-10)$$

Hodnoty síly objemové F_V a vztlačové F_{Ar} jsou v gravitačním poli

$$F_V = V_s \rho_s g \quad (11-11)$$

$$F_{Ar} = V_s \rho_f g \quad (11-12)$$

kde V_s je objem částic ve fluidní vrstvě mezi průřezy 1 a 2. Spojení rovnic (11-9) až (11-12) poskytne vzorec pro výpočet tlakové ztráty ve fluidní vrstvě:

$$\Delta p_{\text{dis},B} = \frac{V_s (\rho_s - \rho_f) g}{S} \quad (11-13)$$

Z rov. (11-13) je vidět, že tlaková ztráta ve fluidní vrstvě je nezávislá na rychlosti tekutiny v , jak je také ukázáno na obr.11.3B.

Odvodíme nyní několik obměn rovnice (11-13), které mají praktické použití. Nahradíme-li objem částic V_s jejich hmotností m_s , dostaneme

$$\Delta p_{\text{dis},B} = \frac{m_s}{S} \frac{(\rho_s - \rho_f)}{\rho_s} g \quad (11-13a)$$

Na této rovnici si ukažme zjednodušený vzorec, jestliže je hustota tekutiny zanedbatelná proti hustotě částic, tj. při fluidaci plynem:

$$\Delta p_{\text{dis},B} \approx m_s g / S \quad [\rho_s \gg \rho_f] \quad (11-13b)$$

Tlaková ztráta ve fluidní vrstvě je v tomto případě rovna tíži částic připadající na jednotkový průřez zařízení.

Někdy je při výpočtech výhodnější vycházet z objemu fluidní vrstvy V_B a z její mezerovitosti ϵ než z objemu nebo hmotnosti částic V_s nebo m_s . Z rov.(11-2) a (8-10) dostaneme

$$V_s = (1 - \epsilon) V_B \quad (11-2a)$$

Dosazením za V_s do rov.(11-13) dostaneme po úpravě:

$$\Delta p_{\text{dis},B} = h (1 - \epsilon) (\rho_s - \rho_f) g \quad (11-13c)$$

neboť $h \equiv z_2 - z_1 = V_B / S$. Z rov.(11-5) plyne

$$h (1 - \epsilon) = h_c = \text{konst} \neq \varphi(v)$$

Proto lze přepsat rov.(11-13c) na

$$\Delta p_{\text{dis},B} = h_c (\rho_s - \rho_f) g \quad (11-13d)$$

Hydrostatický tlak fluidní vrstvy představuje rozdíl tlaků $(p_1 - p_2)$ podle obr.11.8. Na fluidní vrstvu se díváme jako na kapalinu o hustotě ρ_B , což je *střední hustota fluidní vrstvy*. Hustotu fluidní vrstvy lze vyjádřit jako hustotu dvousložkové směsi (pevná látka–tekutina) bez směšovacíh objemových efektů:

$$\rho_B = (1 - \epsilon) \rho_s + \epsilon \rho_f \quad (11-14)$$

Hydrostatický tlak fluidní vrstvy o výšce h a hustotě ρ_B je tedy:

$$p_1 - p_2 = h \rho_B g \quad (11-15)$$

Lze ukázat, že tlaková ztráta ve fluidní vrstvě může být zapsána pomocí hustoty fluidní vrstvy takto:

$$\Delta p_{\text{dis},B} = h (\rho_B - \rho_f) g \quad (11-13e)$$

Spojíme-li nyní rov.(11-15) a (11-13e), dostaneme vztah mezi tlakovou ztrátou a hydrostatickým tlakem fluidní vrstvy:

$$\Delta p_{\text{dis},B} = (p_1 - p_2) - h \rho_f g \quad (11-16)$$

což je současně tlakový tvar Bernoulliho rovnice, zapsané pro situaci na obr.11.8 a při splnění výchozích předpokladů.

Je třeba si uvědomit, že přijaté předpoklady nejsou někdy v praxi splněny. Např.

\předpoklad 1 není splněn, má-li zařízení kónický tvar. Předpoklad 2 je přijatelný v případě rovnoměrné fluidní vrstvy. V nerovnoměrné fluidní vrstvě dochází k nepravidelnému pohybu částic, což vyvolá další silové efekty. Předpoklad 3 neplatí u fluidních vrstev s velmi nízkou koncentrací částic, kdy hydraulický odpor stěny zařízení již není zanedbatelný. Rovněž předpoklad 4 není někdy ani přibližně splněn. V těchto případech je nutno počítat s odchylkami od dále uvedených vztahů, případně je třeba odvozené vztahy upravit.

11.1.2 Prahová rychlost fluidace

Prahovou rychlost fluidace v_0 lze vypočítat ze vztahů uvedených v literatuře, které byly získány buď teoretickou, nebo empirickou cestou.

Teoretický postup vychází z Ergunovy rovnice (8-26). Uplatníme předpoklad, že u prahu fluidace se vrstva chová současně jako nehybná i jako fluidní. Uvažujeme kulové částice o průměru d_p .

Pro podmínku $v = v_0$ dostaneme spojením rovnic (8-21) a (11-13c):

$$\begin{aligned}\Delta p_{\text{dis.B}} &= (3/4) \lambda_{s0} \frac{h_0}{d_p} \frac{1 - \varepsilon_0}{\varepsilon_0^3} v_0^2 \rho_f = \\ &= (\rho_s - \rho_f) (1 - \varepsilon_0) h_0 g\end{aligned}\quad (11-17)$$

Zavedeme *Reynoldsovo kritérium* Re jako v sedimentaci (Re_s zavedeno při popisu toku tekutiny nehybnou vrstvou částic):

$$Re_0 \equiv \frac{v_0 d_p \rho_f}{\eta} = \frac{3}{2} (1 - \varepsilon) Re_{s0} \quad (11-18)$$

Dále uplatníme *Archimedovo kritérium* Ar :

$$Ar \equiv \frac{g d_p^3 \rho_f (\rho_s - \rho_f)}{\eta^2} = \left(\frac{d_p \rho_f}{\beta \eta} \right)^3 \quad (11-19)$$

Ergunova rovnice (8-26) pro prahovou rychlost fluidace v_0 je:

$$\lambda_{s0} = \frac{133}{Re_{s0}} + 2,33 \quad (11-20)$$

Spojením rovnic (11-17) až (11-20) a úpravou dostaneme:

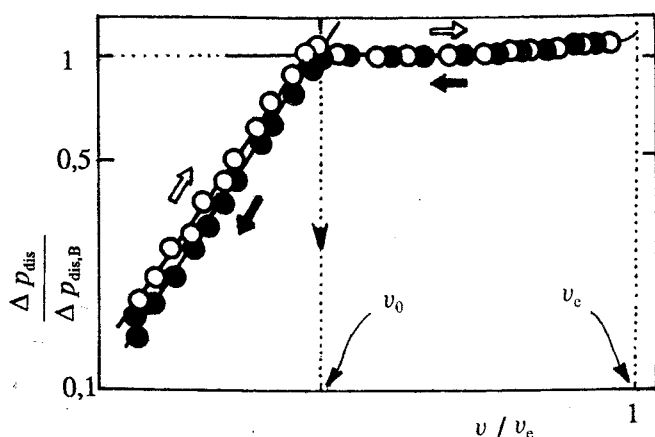
$$Ar = 150 \frac{1 - \varepsilon_0}{\varepsilon_0^3} Re_0 + \frac{1,75}{\varepsilon_0^3} Re_0^2 \quad (11-21)$$

Pro nekulové částice se za d_p dosazuje délkový rozměr částice plynoucí ze síťové analýzy, násobený sféricitou částice. Rovnici (11-21) dále upravíme do obvyklého tvaru kvadratické rovnice pro výpočet Re_0 , z něhož určíme prahovou rychlost fluidace v_0 :

$$Re_0^2 + 85,6 (1 - \varepsilon_0) Re_0 - 0,572 \varepsilon_0^3 Ar = 0 \quad (11-21a)$$

Empirické vztahy byly získány měřením prahové rychlosti fluidace v_0 v širokém rozpětí podmínek a zpracováním výsledků.

Princip pokusného určení v_0 vyplývá z obr.11.9. Měří se tlaková ztráta ve vrstvě Δp_{dis} v závislosti na mimovrstvové rychlosti v . Z důvodů reprodukovatelnosti se měření uskutečňuje od vyšších rychlostí, kdy je vrstva částic bezpečně fluidní, k nižším rychlostem. V obr.11.9 jsou uplatněny logaritmické souřadnice. Tím se úsek odpovídající nehybné vrstvě napřími a prahová rychlost fluidace se určí z průsečíku dvou přímek.



Obr.11.9. Princip pokusného určení prahové rychlosti fluidace v_0 na základě měření závislosti tlakové ztráty Δp_{dis} na rychlosti v

Příkladem takové zobecněné závislosti je rovnice [41], ve které je uplatněn tvar rov.(11-21):

$$Re_0 = \frac{Ar \varepsilon_0^3}{150(1 - \varepsilon_0) + 1,32 (Ar \varepsilon_0^3)^{0,5}} \quad (11-22)$$

Jak je vidět, ovlivňuje hodnota prahové mezerovitosti ε_0 značně prahovou rychlost fluidace v_0 , a to tak, že s rostoucí hodnotou ε_0 roste hodnota v_0 . Dosazením určité hodnoty ε_0 pro daný materiál dostaneme konkrétní tvar rov.(11-22) pro výpočet prahové rychlosti fluidace určitého materiálu. Např. monodisperzní kulové částice mají prahovou mezerovitost blízkou hodnotě

$$\varepsilon_0 = 0,4 \quad [\text{KULOVÉ ČÁSTICE}]$$

Dosažením této hodnoty do rov.(11-22) dostaneme:

$$Re_0 = \frac{Ar}{1400 + 5,22 \sqrt{Ar}} \quad [\varepsilon_0 = 0,4] \quad (11-22a)$$

Rovnice (11-22) a (11-22a) platí bez omezení stejně jako Ergunova rovnice.

11.2.3 Prahová rychlost úletu

Předpokládá se, že při prahu úletu izolované částice je střední rychlost tekutiny rovna rychlosti usazování izolované částice v klidné tekutině bez vlivu stěn. Potom platí

$$v_e = v_u \quad (11-23)$$

Rychlost v_e tedy vypočteme podle vzorců, které jsme uvedli v kap.10 (*Usazování*).

11.2.4 Expanze fluidní vrstvy

Znalost expanze fluidní vrstvy (ε , x_f nebo h) umožňuje výpočet výšky a objemu zařízení, množství materiálu v zařízení ap.

Expandovaná fluidní vrstva je mezi prahem fluidace a úletu, tj. při rychlosti v podle podmínky (11-6). Předpokládáme funkční vyjádření závislosti ε na podmínkách vyhovujících těmto mezím existence fluidní vrstvy:

práh fluidace:

$$\varphi_0 (Re_0, Ar, \varepsilon_0) = 0 \quad [\varepsilon = \varepsilon_0] \quad (11-24)$$

práh úletu:

$$\varphi_e (Re_e, Ar) = 0 \quad [\varepsilon = 1] \quad (11-25)$$

Expanzi fluidní vrstvy vyjádříme potom funkcí:

$$\varphi (Re, Ar, \varepsilon) = 0 \quad [\varepsilon_0 < \varepsilon < 1] \quad (11-26)$$

kde

$$Re \equiv \frac{v d_p \rho_f}{\eta} \quad (11-27)$$

Expanzní vztah (11-26) je vhodné transformovat, tj. stejně jako při usazování zavést vhodné bezrozměrové proměnné. Výhodný je vztah

$$\varphi (Ly^{1/3}, Ar^{1/3}, \varepsilon) = 0 \quad (11-28)$$

kde Ljaščenkovo kritérium Ly je dáno definicí (obdobně jako v kap.10):

$$Ly \equiv \frac{Re^3}{Ar} = \frac{v^3}{g \eta} \frac{\rho_f^2}{\rho_s - \rho_f} = (v \beta)^3 \quad (11-29)$$

Vztah (11-28) je výhodný pro přímý výpočet buď d_p , nebo v , tj. bez iterací. Tyto dvě veličiny (d_p , v) jsou nejčastěji předmětem výpočtů. Při výpočtu hodnot $Ar^{1/3}$ nebo $Ly^{1/3}$ můžeme s výhodou uplatnit veličinu β , která je definovaná rov.(10-33).

V literatuře je celá řada konkrétních expanzních rovnic (většinou empirických) s různými proměnnými.

Příkladem může být rovnice pro kulové částice [41], která je použitelná bez omezení platnosti:

$$Re = \frac{Ar \varepsilon^{4,75}}{18 + 0,6 (Ar \varepsilon^{4,75})^{0,5}} \quad [\varepsilon \in \langle 0,4 ; 1 \rangle] \quad (11-30)$$

nebo

$$Re = \frac{Ar \varepsilon^{4,75}}{18} \quad [Ar \leq 3,6] \quad (11-31)$$

což je vlastně Stokesův zákon uplatněný pro fluidní vrstvu. Rovnice (11-30) přejde na tento tvar, když Ar nabude malých hodnot.

Z rov.(11-30) dostaneme:

$$\frac{Re}{Ar^{1/3}} \equiv Ly^{1/3} = \frac{Ar^{2/3} \varepsilon^{4,75}}{18 + 0,6 (Ar^{1/3})^{1,5} \varepsilon^{2,38}} \quad (11-32)$$

Z rov.(11-31) obdržíme:

$$Ly^{1/3} = \frac{Ar^{2/3} \varepsilon^{4,75}}{18} \quad (11-33)$$

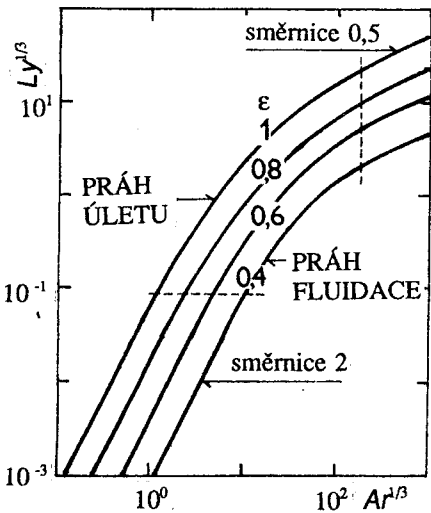
Pokud platí navíc $\varepsilon \rightarrow 1$, dostaneme z rovnice (11-31) :

$$Re = Ar / 18 \quad [Ar \leq 3,6, \varepsilon = 1] \quad (11-34)$$

což je Stokesův zákon pro usazování izolované částice v klidné tekutině a současně vyjádření rychlosti úletu izolované částice z fluidní vrstvy pro nízké hodnoty Ar .

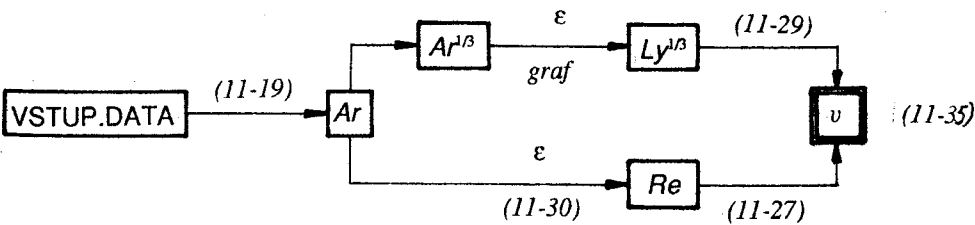
Vztah (11-28) je na základě vlastních pokusných dat a rov.(11-30) vyjádřen graficky na obr.11.10.

Graf na obr.11.10 je v tomto skriptu uveden pouze pro ilustraci. K odečítání hodnot je třeba použít buď obr.7-3 v *Příkladech* [3], nebo podrobnější obr.114, který je přiložen ke knize [8].

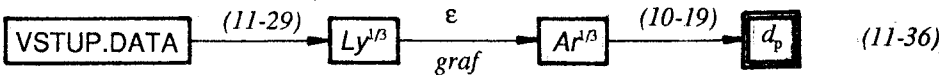


Obr.11.10. Závislost $Ly^{1/3}$ na $Ar^{1/3}$ a ϵ pro kulové částice v logaritmických souřadnicích

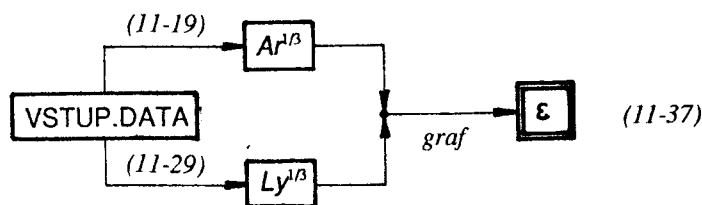
Výpočty související s expandovanou fluidní vrstvou lze uskutečnit buď numericky na základě rov.(11-30), případně rov.(11-32), nebo graficky pomocí grafu typu obr.11.10. Často přichází v úvahu výpočet rychlosti v , aby u určitého materiálu a v určité tekutině nastala předepsaná expanze fluidní vrstvy ϵ . Grafické i numerické řešení plyne z algoritmu:



Jiným typem výpočtu je pro danou mimovrstvovou rychlost v a pro zadanou expanzi fluidní vrstvy ϵ určit velikost částice d_p . Algoritmus (11-36) uvádíme pouze při uplatnění grafu. Algoritmus numerického řešení na základě rov.(11-30) nebo (11-32) má obvykle iterační charakter:



Někdy hledáme expanzi fluidní vrstvy ε pro určité částice o průměru d_p a určitou tekutinu o rychlosti v . Algoritmus (11-37) uvádí řešení za použití grafu. Numerické řešení z uvedených rovnic je iterační:



Další informace, vztahy a podrobnější grafy jsou uvedeny v *Příkladech* nebo v knize [8].

KONTROLNÍ ÚLOHY

- 11.1. Jak musí být uspořádané zařízení a přívod fluidační tekutiny (viz obr.11.2), jestliže k fluidaci užijeme tekutinu, pro kterou platí $\rho_f > \rho_s$?
- 11.2. Vysvětlete pojem reakce roštu a zdůvodněte směr působení této síly.
- 11.4. Proč a jak dochází při rychlosti tekutiny $v > v_0$ k expanzi fluidní vrstvy?
- 11.6. Ukažte, že platí rovnice (11-5), tj. $x_v h = \text{konst.}$
- 11.7. Za jakého předpokladu by prahová rychlost úletu v_e byla rovna rychlosti usazování v klidné tekutině v_u ? Jakou odchylku lze v reálné situaci očekávat?
- 11.8. Vypočítejte povrch jednoho kilogramu kulových částic o hustotě 2000 kg m^{-3} a majících průměr $10 \text{ }\mu\text{m}$, $100 \text{ }\mu\text{m}$ a $1000 \text{ }\mu\text{m}$. Jak se změní tento povrch, jestliže při stejném ekvivalentním průměru částic bude jejich sféricita 0,5 ?
- 11.11. Odvoďte vzorec pro výpočet tlakové ztráty ve fluidní vrstvě, jestliže $\rho_s < \rho_f$.
- 11.12. Zdůvodněte, proč a kdy je tlaková ztráta ve fluidní vrstvě daná rov.(11-13) nezávislá na rychlosti tekutiny.
- 11.14. Odvoďte rov.(11-13e).
- 11.15. S relativní chybou do 5 % vypočítejte tlakovou ztrátu ve fluidní vrstvě $3,2 \text{ kg}$ písku o průměru zrn $1,5 \text{ mm}$ a hustotě 2600 kg m^{-3} při fluidaci vzduchem ve válcové koloně o průměru 200 mm za barometrického tlaku a při pokojové teplotě. Jak se změní vypočtená tlaková ztráta při snížení a) průměru částic na $0,8 \text{ mm}$, b) při snížení průměru kolony na 150 mm , c) při zvýšení hustoty částic na 3200 kg m^{-3} , d) při fluidaci vodou o teplotě $10 \text{ }^\circ\text{C}$?
- 11.16. Dokažte, že rov.(11-16) představuje tlakový tvar Bernoulliho rovnice zapsané pro situaci na obr.11.8 a pro zvolené předpoklady.
- 11.17. Uveďte fyzikální zdůvodnění, proč se prahová rychlost v_0 za jinak stejných podmínek zvyšuje se zvyšující se prahovou mezerovitostí vrstvy ε_0 .
- 11.18. K čemu lze v praxi využít úletu částic z fluidní vrstvy?
- 11.19. Co vyjadřuje Ergunova rovnice a jak se uplatňuje při popisu fluidní vrstvy?
- 11.21. Ukažte, že rov.(11-30) pro malé hodnoty Ar přejde přibližně na rov.(11-31).

- 11.22.** Ukažte, že křivky na obr.11.10 přecházejí na přímky *a)* při malých hodnotách $Ar^{1/3}$ se směrnici 2, *b)* při velkých hodnotách $Ar^{1/3}$ se směrnici 0,5.
- 11.23.** Sestavte algoritmus numerického výpočtu založený na rov.(11-30) a sloužící *a)* k určení velikosti částic d_p , aby nastala určitá expanze vrstvy, *b)* k určení expanze vrstvy ϵ pro zadané částice a pro danou rychlost tekutiny.