

Prostup tepla mezi tekutinami A a B oddělenými kulovou stěnou lze vyjádřit analogicky.

17.3 Rozdělení teplot ve výměnících tepla

Rozdělení teplot proudů tekutin, mezi nimiž dochází ve výměníku ke sdílení tepla, závisí především na vzájemném uspořádání proudů, na tom, zda dochází, nebo nedochází ve výměníku ke změně skupenství, a na fyzikálních vlastnostech zúčastněných látek.

Ukažme si nyní na obr. 17.5 rozložení teplot tekutin t podél svazkového výměníku o celkové délce L . Konce výměníků označujeme indexy 1 a 2, místa vstupů a výstupů tekutin indexy i a e pro nejběžnější případy.

Obr. 17.5a znázorňuje rozložení teplot, když tekutina A *kondenzuje*, B *vře*. Je vidět, že při kondenzaci nasycené páry na jedné straně přepážky a varu kapaliny na druhé straně přepážky jsou teploty t_A a t_B , a tím i rozdíl teplot $(t_A - t_B)$ podél výměníku konstantní. Rozdělení teplot v tomto případě nezávisí na uspořádání proudů.

Obr. 17.5b, c ukazuje případy, kdy u jedné z tekutin probíhá *fázová přeměna* (kondenzace nebo var). Rozdělení teplot je potom stejné u souproudu i protiproudu, neboť tekutina s fázovou přeměnou má podél výměníku konstantní teplotu.

Obr. 17.5d znázorňuje rozdělení teplot při *souproudu*. Teploty t_A a t_B se k sobě asymptoticky blíží. Platí-li $t_{Ai} > t_{Bi}$, pak u výměníku s konečnou délkou L platí $t_{Ae} > t_{Be}$; souproud je výhodný, potřebujeme-li rychlé změny teplot, např. pro rychlé přerušování průběhu chemické reakce.

Na obr. 17.5e je ukázán *protiproud* tekutin, kde při $t_{Ai} > t_{Bi}$ může být dosaženo $t_{Be} > t_{Ae}$, tj. tekutina B se může ohřát na vyšší teplotu, než je výstupní teplota tekutiny A. Protiproud je výhodný pro minimální spotřebu ohřívací nebo chladicí tekutiny.

Obr. 17.5f ukazuje *smíšené proudění* s jedním chodem tekutiny A a s dvěma chody tekutiny B. Tento výměník má konstrukční výhody. Existují různé varianty vícechodých výměníků tepla. Na obr. 17.5g je ukázáno rozdělení teplot při *křížovém proudění* tekutiny B vůči trubkám s tekutinou A. Používá se tehdy, když je objemový tok tekutiny vně trubek mnohem větší než objemový tok tekutiny v trubkách (zahřívání a chlazení plynů).

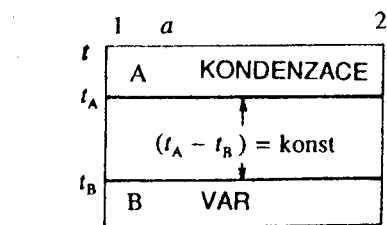
Obecně je místní rozdíl $(t_A - t_B)$, tj. místní hybná síla prostupu tepla, funkcí vzdálenosti od počátku výměníku. Pouze v případě podle obr. 17.5a platí:

$$t_A - t_B \equiv \Delta t = \text{konst} \quad (17-10)$$

a rov.(17-6) a (17-8) po integraci poskytnou

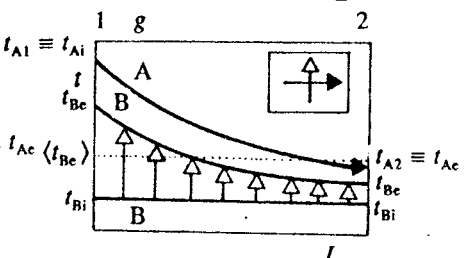
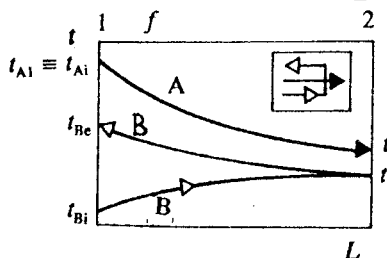
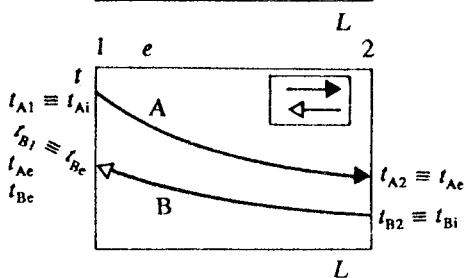
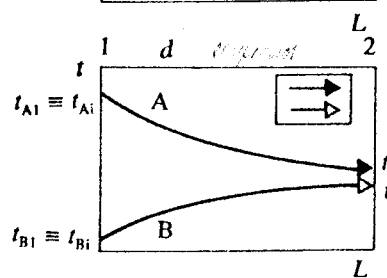
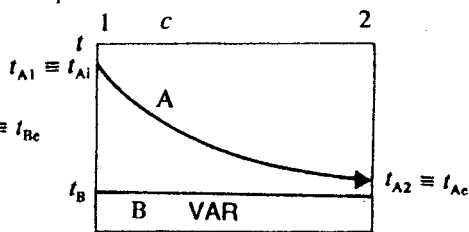
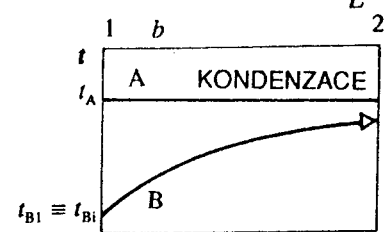
$$\dot{Q} = k \Delta t A \quad \dot{Q} = k_L \Delta t L \quad (17-11), (17-12)$$

V ostatních případech je integrace složitější, což je řešeno v odd. 17.4.



Obr. 17.5. Rozložení teploty tekutin A a B podél výměníku délky L pro různé případy

a) A kondenzuje, B vře, b) A kondenzuje, c) B vře, d) souproud, e) protiproud, f) smíšené proudění: B dva chody, A jeden chod; g) křížové proudění: A v trubkách, B napříč trubek



17.4 Výpočet parametrů výměníku tepla při ustáleném stavu

Pod pojmem *parametry výměníku tepla* míníme zejména teplosměnnou plochu A (rovná stěna) nebo délku L (válcová trubka), teploty tekutin na výstupu z výměníku, hmotnostní toky tekutin, případně průměry trubek. Přitom předpokládáme znalost fyzikálních vlastností obou tekutin a stěny oddělující obě tekutiny, jakož i geometrii systému.

Z fyzikálních vlastností tekutiny vypočteme podle zásad vysvětlených v kap. 16 součinitele přestupu tepla na straně tekutin A a B, tj. hodnoty α_A a α_B . Z těchto hodnot a z údajů o vlastnostech přepážky oddělující tekutiny A a B vypočítáme z rov. (17-5) nebo (17-9) koeficient prostupu tepla k nebo k_L .

Pokud se podél výměníku mění hodnota koeficientů přestupu tepla, může se měnit i hodnota koeficientu prostupu tepla. Obvykle postačuje uskutečnění výpočtu hodnot součinitelů přestupu tepla pomocí fyzikálních vlastností tekutin při aritmetické střední teplotě příslušných proudů:

$$t_A \equiv \frac{t_{A1} + t_{A2}}{2}, \quad t_B \equiv \frac{t_{B1} + t_{B2}}{2}$$

Vypočtený koeficient prostupu tepla při středních teplotách t_A a t_B potom považujeme za konstantu a integrace rov. (17-6) nebo (17-8) se proto uskutečňuje podle vzorce

$$\dot{Q} = k \int_{\Delta t_1}^{\Delta t_2} \Delta t \, dA \quad [\text{DESKA}] \quad (17-13)$$

nebo

$$\dot{Q} = k_l \int_{\Delta t_1}^{\Delta t_2} \Delta t \, dA \quad [\text{VÁLEC}] \quad (17-14)$$

kde $\Delta t \equiv t_A - t_B$ představuje místní hybnou sílu prostupu tepla a indexy 1, 2 značí jeden nebo druhý konec výměníku.

Ve výjimečných případech (velké změny teploty, prudká změna fyzikálních veličin s teplotou) musíme přihlížet k proměnlivosti součinitele prostupu tepla podél výměníku. V tomto případě se integrace rovnic (17-6) a (17-8) uskutečňují podle vzorců

$$\dot{Q} = \int_{\Delta t_1}^{\Delta t_2} k \Delta t \, dA \quad [\text{DESKA}] \quad (17-15)$$

a

$$\dot{Q} = \int_{\Delta t_1}^{\Delta t_2} k_l \Delta t \, dA \quad [\text{VÁLEC}] \quad (17-16)$$

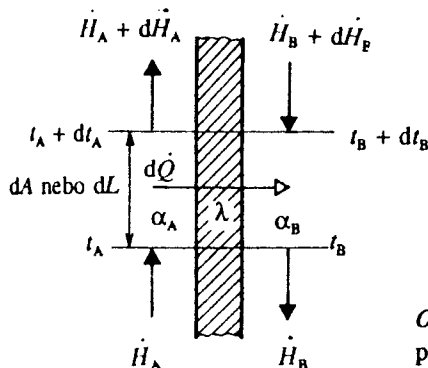
Výpočty jsou potom složitější. Zde je neuvádíme a odkazujeme na *Příklady* (kap. 10).

17.4.1 Protiproud

Nejprve ukážeme postup výpočtu na případě *prostupu tepla rovinnou stěnou bez fázové přeměny* a při *protiproudu*, což je jednoduchý a nejčastější případ v praxi. Odvození vztahů pro válcovou trubku je analogické.

Budeme uvažovat průběh teplot podél plochy tepelné výměny A (resp. jako funkci

délky L), daný obr. 17.5e. Zde $(t_A - t_B) > 0$ a teploty ve směru proudění tekutiny A klesají.



Obr.17.6. Diferenciální úsek protiproudého výměníku tepla pro bilanci toku entalpie $\dot{H}_A$ a $\dot{H}_B$ tekutin A a B

Na obr. 17.6 je vyznačen diferenciální úsek výměníku, kterým je u rovinné stěny vymezena teplosměnná plocha dA nebo u válcové trubky délka dL . Ze zavedených symbolů je zřejmé, že bilance toku entalpie $\dot{H}$ zvlášť pro tekutinu A a zvlášť pro tekutinu B bude:

$$\dot{H}_A = d\dot{Q} + \dot{H}_A + d\dot{H}_A \quad \dot{H}_B + d\dot{H}_B + d\dot{Q} = \dot{H}_B$$

Po úpravě dostaneme

$$-d\dot{Q} = d\dot{H}_A \quad -d\dot{Q} = d\dot{H}_B$$

Entalpický tok $\dot{H}$ nesený hmotným proudem o hmotnostním toku $\dot{m}$, majícím měrnou tepelnou kapacitu c_p a teplotu t , je

$$\dot{H} = \dot{m} c_p t$$

Proto bilance toku entalpie obou tekutin v diferenciálním úseku uvažovaného výměníku o ploše dA nebo délce dL bude

$$-d\dot{Q} = \dot{m}_A c_{pA} dt_A \quad -d\dot{Q} = \dot{m}_B c_{pB} dt_B \quad (17-17, 18)$$

Spojení obou rovnic poskytne

$$d\dot{Q} \left(\frac{1}{\dot{m}_B c_{pB}} - \frac{1}{\dot{m}_A c_{pA}} \right) = dt_A - dt_B \equiv d(t_A - t_B) \equiv d\Delta t \quad (17-19)$$

Pomocí rovnice prostupu tepla

$$d\dot{Q} = k\Delta t dA \quad [\text{DESKA}] \quad (17-6)$$

eliminujeme z rov.(17-19) veličinu $d\dot{Q}$:

$$d(\ln \Delta t) \equiv \frac{d\Delta t}{\Delta t} = \left(\frac{\dot{m}_A c_{pA}}{\dot{m}_B c_{pB}} - 1 \right) \frac{k dA}{\dot{m}_A c_{pA}} \quad (17-20) *$$

Tuto rovnici integrujeme pro $k = \text{konst}$ v mezích:

$$A = 0; \Delta t = \Delta t_1 = t_{A1} - t_{B1} = t_{Ai} - t_{Be}$$

$$A = A; \Delta t = \Delta t_2 = t_{A2} - t_{B2} = t_{Ae} - t_{Bi}$$

Dostaneme

$$\ln \frac{\Delta t_2}{\Delta t_1} = \frac{k A}{\dot{m}_A c_{pA}} \left(\frac{\dot{m}_A c_{pA}}{\dot{m}_B c_{pB}} - 1 \right) \quad (17-21)$$

resp.

$$\frac{\Delta t_2}{\Delta t_1} = \exp \left[\frac{k A}{\dot{m}_A c_{pA}} \left(\frac{\dot{m}_A c_{pA}}{\dot{m}_B c_{pB}} - 1 \right) \right] \quad (17-21a)$$

nebo

$$\frac{\Delta t_1}{\Delta t_2} = \exp \left[\frac{k A}{\dot{m}_A c_{pA}} \left(1 - \frac{\dot{m}_A c_{pA}}{\dot{m}_B c_{pB}} \right) \right] \quad (17-21b)$$

Rov.(17-21, 21a, 21b) mohou být zjednodušeny zavedením těchto tří bezrozměrových veličin:

1. *Počet převodových jednotek* pro tekutinu A v případě rovinné stěny je dán vztahem

$$N_A \equiv \frac{k A}{\dot{m}_A c_{pA}} \quad [\text{DESKA}] \quad (17-22a)$$

Obdobně pro válcové trubky zavedeme

$$N_A \equiv \frac{k_L L}{\dot{m}_A c_{pA}} \quad [\text{VÁLEC}] \quad (17-22b)$$

*) První výraz v rov.(17-20) plyne z tohoto obecného vztahu (y - proměnná, C - konstanta)

$$d \int \frac{dy}{y} = d(\ln y + C) = d(\ln y)$$

Pro tekutinu B platí

$$N_B \equiv \frac{k A}{\dot{m}_B c_{pB}} \quad [\text{DESKA}] \quad (17-22c)$$

$$N_B \equiv \frac{k_L L}{\dot{m}_B c_{pB}} \quad [\text{VÁLEC}] \quad (17-22d)$$

Plochu nebo délku pro případ $N_A = 1$, tj. jedné převodové jednotky, označíme A_A nebo L_A . Potom z rov.(17-22a) a (17-22b) plyne

$$A_A = \dot{m}_A c_{pA} / k \quad [\text{DESKA}] \quad (17-23a)$$

$$L_A = \dot{m}_A c_{pA} / k_L \quad [\text{VÁLEC}] \quad (17-23b)$$

Počet převodových jednotek lze proto též vyjádřit jako poměr plochy A (nebo délky L) a plochy jedné převodové jednotky A_A (nebo délky L_A):

$$N_A = \frac{A}{A_A} = \frac{L}{L_A} \quad (17-24)$$

Obdobné rovnice lze zavést pro vyjádření počtu převodových jednotek tekutiny B, tj. N_B . Počet převodových jednotek podle rov.(17-24) je uplatněn v *Příkladech* (kap. 12) a ve skriptu [10].

2. *Faktor výměníku* pro tekutinu A vůči tekutině B je dán poměrem toků tepelných kapacit tekutiny A a B:

$$\zeta_{AB} \equiv \frac{\dot{m}_A c_{pA}}{\dot{m}_B c_{pB}} \quad (17-25)$$

Faktor výměníku pro tekutinu B vůči tekutině A je dán rovnicí

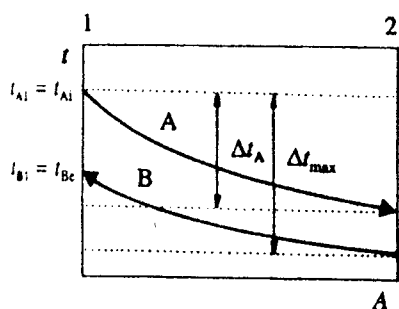
$$\zeta_{BA} \equiv \frac{\dot{m}_B c_{pB}}{\dot{m}_A c_{pA}} = 1/\zeta_{AB} \quad (17-25a)$$

Z bilance toku entalpie podél celého výměníku pro tekutiny A a B

$$\dot{m}_A c_{pA} (t_{A1} - t_{A2}) = \dot{m}_B c_{pB} (t_{B1} - t_{B2}) \quad (17-26)$$

dostaneme další vyjádření faktoru výměníku, a to pomocí teplotních diferencí:

$$\zeta_{AB} \equiv \frac{\dot{m}_A c_{pA}}{\dot{m}_B c_{pB}} = \frac{t_{B1} - t_{B2}}{t_{A1} - t_{A2}} \quad [\text{PROTIPROUD}] \quad (17-27)$$



Obr.17.7. K definici účinku protiproudého výměníku tepla η_A

$t_{A2} = t_{Ac}$ Δt_A - změna teploty tekutiny A podél výměníku,
 $t_{B2} = t_{Bi}$ Δt_{max} - maximální rozdíl mezi teplotami tekutin A a B ve výměníku

3. Účinek výměníku pro tekutinu A definujeme (obr. 17.7) jako poměr teplotní změny tekutiny A podél výměníku $\Delta t_A \equiv (t_{A1} - t_{A2})$ k maximálnímu rozpětí teplot tekutin A a B ve výměníku *) $\Delta t_{max} = t_{A1} - t_{B2}$:

$$\eta_A \equiv \frac{\Delta t_A}{\Delta t_{max}} \equiv \frac{t_{A1} - t_{A2}}{t_{A1} - t_{B2}} \quad [\text{PROTIPROUD}] \quad (17-28)$$

Obdobně definujeme účinek výměníku pro tekutinu B. Snadno ukážeme, že platí relace

$$\eta_B = \zeta_{AB} \eta_A \quad (17-28a)$$

Bezrozměrová veličina η_A nebo η_B je výhodnější k praktickému použití než bezrozměrový poměr teplotních diferencí

$$\frac{\Delta t_2}{\Delta t_1} \equiv \frac{t_{A2} - t_{B2}}{t_{A1} - t_{B1}} \quad (17-29)$$

v rov.(17-21) a (17-21a) nebo převrácená hodnota $(\Delta t_1 / \Delta t_2)$, vyskytující se v rov.(17-21b). Často jsou totiž hledanými teplotami výstupní teploty obou tekutin, tj. teploty $t_{A2} = t_{Ac}$ a $t_{B1} = t_{Be}$, které se obě vyskytují v poměru $(\Delta t_2 / \Delta t_1)$.

Naproti tomu je vidět z rov.(17-28) nebo (17-28a), že účinek η_A nebo η_B obsahuje z těchto neznámých teplot pouze jedinou, a to t_{A2} nebo t_{B1} .

Vztah mezi poměrem $(\Delta t_1 / \Delta t_2)$ a účinkem η_A najdeme tímto postupem: Diferenci Δt_1 rozšíříme přičtením členu $(t_{B2} - t_{B2})$ a diferenci Δt_2 přičtením $(t_{A1} - t_{A1})$. Dostaneme

$$\frac{\Delta t_1}{\Delta t_2} \equiv \frac{t_{A1} - t_{B1}}{t_{A2} - t_{B2}} = \frac{t_{A1} - t_{B1} + t_{B2} - t_{B2}}{t_{A2} - t_{B2} + t_{A1} - t_{A1}}$$

) Účinek η_A má fyzikální význam poměru skutečného tepelného toku $\dot{Q}$ postupujícího od tekutiny A k tekutině B k maximálně možnému tepelnému toku $\dot{Q}_{max}$, který by nastal, kdyby tekutina A dosáhla na výstupu z výměníku rovnovážné teploty t_{A2}^ rovnající se vstupní teplotě tekutiny B, tj. hodnotě t_{B2} .

Čitatele i jmenovatele vydělíme maximálním rozsahem teplot ve výměníku ($t_{A1} - t_{B2}$) a dostaneme po úpravě

$$\frac{\Delta t_1}{\Delta t_2} = \frac{1 - (t_{B1} - t_{B2}) / (t_{A1} - t_{B2})}{1 - (t_{A1} - t_{A2}) / (t_{A1} - t_{B2})} = \frac{1 - \eta_B}{1 - \eta_A}$$

Z rov.(17-28a) plyne

$$\frac{\Delta t_1}{\Delta t_2} = \frac{1 - \zeta_{AB} \eta_A}{1 - \eta_A} \quad (17-29)$$

Dosadíme-li nyní do rov.(17-21b) z rov.(17-22a), (17-25) a (17-30), dostaneme

$$\frac{1 - \zeta_{AB} \eta_A}{1 - \eta_A} = \exp [N_A (1 - \zeta_{AB})] \quad [\text{PROTIPROUD}] \quad (17-31)$$

Z rov.(17-31) lze vyjádřit explicitně buď počet převodových jednotek N_A , nebo účinek η_A :

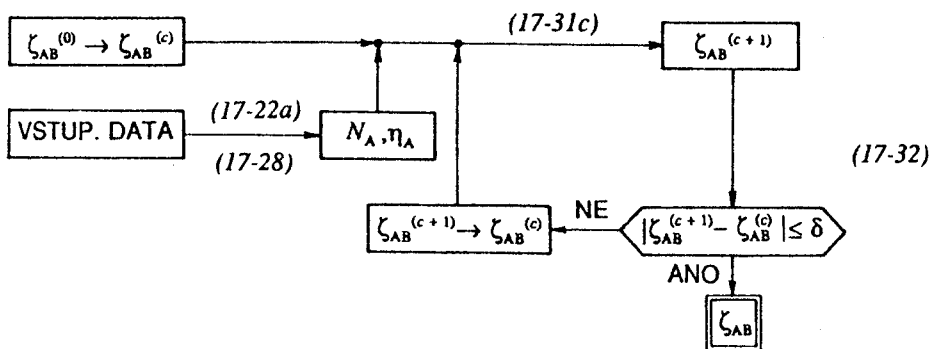
$$N_A = \frac{1}{1 - \zeta_{AB}} \ln \frac{1 - \zeta_{AB} \eta_A}{1 - \eta_A} \quad [\text{PROTIPROUD}] \quad (17-31a)$$

$$\eta_A = \frac{1 - \exp [-N_A (1 - \zeta_{AB})]}{1 - \zeta_{AB} \exp [-N_A (1 - \zeta_{AB})]} \quad [\text{PROTIPROUD}] \quad (17-31b)$$

Faktor výměníku ζ_{AB} nelze z rov.(17-31) explicitně vyjádřit. Pokud je tedy předmětem výpočtu faktor výměníku, musíme užít iterační výpočet. Rov.(17-31a) upravíme např. do tvaru

$$\zeta_{AB} = 1 - \frac{1}{N_A} \ln \frac{1 - \zeta_{AB} \eta_A}{1 - \eta_A} \quad [\text{PROTIPROUD}] \quad (17-31c)$$

Nyní uplatníme dobře konvergující algoritmus výpočtu označený (17-32):



V algoritmu (17-32) značí horní indexy u ζ_{AB} : (0) - počáteční odhad, (c) - vstupní hodnotu do iteračního cyklu, (c + 1) - výstupní hodnotu z iteračního cyklu. Veličina δ je předem zvolená maximálně přijatelná kladná odchylka (např. 10^{-2}).

Pro usnadnění výpočtů byly rov.(17-31b) a obdobné rovnice pro další případy (viz dále) převedeny do grafů typu

$$\eta_A = \eta_A(N_A; \zeta_{AB}) \quad (17-33)$$

kde ζ_{AB} je parametrem. Přitom označení tekutin A a B je zvoleno tak, aby z důvodu jednoduššího grafického zobrazení vyšlo

$$\zeta_{AB} \in \langle 0; 1 \rangle$$

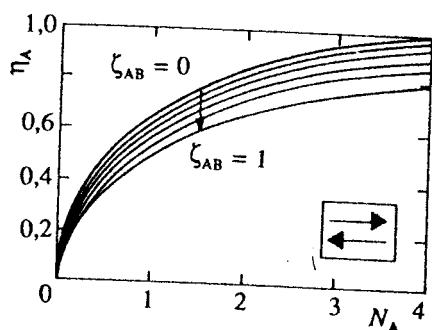
Z rov.(17-31b) je patrné, že při výpočtu účinku η_A , jestliže $\zeta_{AB} = 1$ (v tomto případě $\Delta t = \text{konst}$), dostáváme neurčitý výraz. Limitu účinku η_A pro $\zeta_{AB} \rightarrow 1$ určíme v takovém případě pomocí de l' Hospitalova pravidla uplatněného na rov.(17-31b). Dostaneme

$$\eta_A = \frac{N_A}{1 + N_A} = \eta_B = \frac{N_B}{1 + N_B} \quad [\text{PROTIPROUD}, \zeta_{AB} \rightarrow 1] \quad (17-34)$$

Z rov.(17-34) snadno odvodíme, že pro $\zeta_{AB} \rightarrow 1$ platí

$$N_A = \frac{t_{A1} - t_{A2}}{t_{A2} - t_{B2}} \quad [\text{PROTIPROUD}, \zeta_{AB} \rightarrow 1] \quad (17-35)$$

Zde uvedené grafy typu závislosti (17-33) slouží pouze k ilustraci. Na odečítání hodnot jsou určeny grafy v *Příkladech* (obr. 12-3 až 12-6), kde jsou také uvedeny další podrobnosti tohoto způsobu výpočtu. Grafické vyjádření vztahu (17-33) pro protiproud je ukázáno na obr. 17.8.



Obr.17.8. Závislost účinku η_A na počtu převodových jednotek N_A a na faktoru výměníku ζ_{AB} pro protiproud

Přesnější výpočet, který doporučujeme, je však numerický pomocí rov.(17-31a) nebo (17-31b) nebo (17-31c). V případě výpočtu faktoru výměníku ζ_{AB} je graf na obr. 17.8 výhodný k nalezení hodnoty $\zeta_{AB}^{(0)}$ pro zahájení iterace podle algoritmu (17-32). Výpočet pomocí počtu převodových jednotek N_A , účinku η_A a faktoru výměníku ζ_{AB} umožňuje výpočet

nejen koncových teplot, ale i plochy tepelné výměny nebo potřebného hmotnostního toku jedné tekutiny, aby došlo k žádané teplotní změně.

Z definice N_A rov.(17-22a) nebo (17-22b) plyne, že z vypočtené hodnoty N_A určíme bez problémů plochu tepelné výměny A nebo účinnou délku trubek L . Tyto veličiny se zpravidla zjišťují pro návrh nového zařízení.

Z definice η_A rov.(17-28) plyne, že z vypočtené hodnoty η_A pro daný výměník snadno určíme koncovou teplotu tekutiny A, tj. t_{A2} . Koncovou teplotu tekutiny B, tj. t_{B1} , vypočteme z bilance (17-26) nebo z rov.(17-27), která po úpravě poskytne

$$t_{B1} = \zeta_{AB} (t_{A1} - t_{A2}) + t_{B2} \quad (17-27a)$$

Z nalezené hodnoty t_{A2} též snadno určíme tepelný tok

$$\dot{Q} = \dot{m}_A c_{pA} (t_{A1} - t_{A2}) \quad (17-36)$$

Z definice faktoru ζ_{AB} rov.(17-25) vidíme, že vypočtená hodnota ζ_{AB} pro daný výměník umožňuje výpočet neznámého hmotnostního toku buď $\dot{m}_A$, nebo $\dot{m}_B$.

Porovnáme-li rozměrovou rovnici (17-21b) s bezrozměrovou rovnicí (17-31), vidíme, že převedením rozměrových proměnných na bezrozměrové klesl výrazně jejich počet, a to na tři veličiny N_A , η_A , ζ_{AB} . Tyto bezrozměrové proměnné jsou tedy podle kap. 6 kritéria a rov.(17-31) představuje *kritériální rovnici*, popisující podobnost protiproudých výměníků tepla. *)

17.4.2 Souproud

Obdobný postup odvození jako pro protiproud uplatníme u souproudu. Průběh teplot podél délky L nebo plochy A souproudého výměníku tepla je ukázán na obr. 17.5d. Na rozdíl od protiproudu teplota jedné tekutiny podél výměníku klesá, druhá ve stejném směru stoupá. Místo rov.(17-17), (17-18) dostaneme pro diferenciální úsek souproudého výměníku (viz obr. 17.9) bilanční vztahy

$$d\dot{Q} = d\dot{H}_A = \dot{m}_A c_{pA} (-dt_A) \quad d\dot{Q} = d\dot{H}_B = \dot{m}_B c_{pB} dt_B \quad (17-37, 38)$$

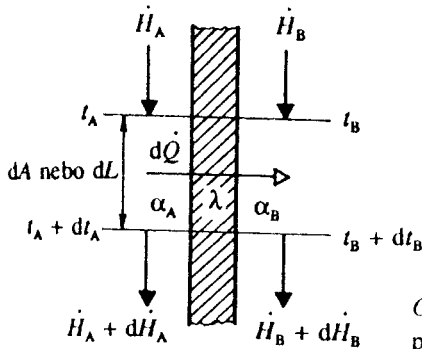
Diferenciální tepelný tok je současně dán kinetickou rovnicí

$$d\dot{Q} = k\Delta t dA \quad (17-6)$$

Spojením rov.(17-6), (17-37) a (17-38) dostaneme diferenciální rovnici:

*) Na rozdíl od různých empirických kritériálních rovnic nacházejících se např. v kap.16 (viz např. Dittusovu-Boelterovu rovnici), byla kritériální rovnice (17-31) získána teoretickou cestou.

$$d(\ln \Delta t) = - \frac{k dA}{\dot{m}_A c_{pA}} \left(\frac{\dot{m}_A c_{pA}}{\dot{m}_B c_{pB}} + 1 \right) \quad (17-39)$$



Obr. 17.9. Diferenciální úsek souproudého výměníku tepla pro bilanci toků entalpie $\dot{H}_A$ a $\dot{H}_B$

Integrací podél celé teplosměnné plochy A dostaneme

$$\ln \frac{\Delta t_2}{\Delta t_1} = - \frac{k A}{\dot{m}_A c_{pA}} \left(\frac{\dot{m}_A c_{pA}}{\dot{m}_B c_{pB}} + 1 \right) \quad (17-40)$$

resp.

$$\frac{\Delta t_2}{\Delta t_1} = \exp \left[- \left(1 + \frac{\dot{m}_A c_{pA}}{\dot{m}_B c_{pB}} \right) \frac{k A}{\dot{m}_A c_{pA}} \right] \quad (17-40a)$$

přičemž

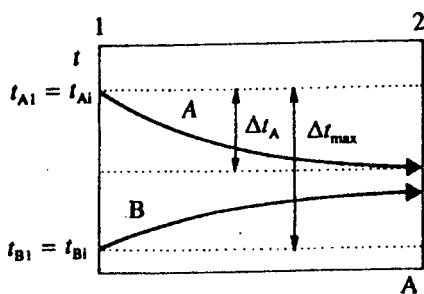
$$\Delta t_2 \equiv t_{A2} - t_{B2} \quad \Delta t_1 \equiv t_{A1} - t_{B1}$$

Stejně jako u protiproudu převedeme rov. (17-40) a (17-40a) z rozměrové formy do bezrozměrové zavedením bezrozměrových veličin N_A , ζ_{AB} a η_A . Počet převodových jednotek N_A a faktor výměníku ζ_{AB} jsou definovány jako dříve pomocí rov. (17-22a) a (17-25). U faktoru výměníku ζ_{AB} se však liší jeho teplotní vyjádření oproti rov. (17-27), neboť platí:

$$\zeta_{AB} \equiv \frac{\dot{m}_A c_{pA}}{\dot{m}_B c_{pB}} = \frac{t_{B2} - t_{B1}}{t_{A1} - t_{A2}} \quad [\text{SOUPROUD}] \quad (17-41)$$

Účinek výměníku η_A je opět definován jako poměr difference Δt_A a maximální difference $\Delta t_{\max}$. Z obr. 7.10 je zřejmé, že platí

$$\eta_A \equiv \frac{\Delta t_A}{\Delta t_{\max}} = \frac{t_{A1} - t_{A2}}{t_{A1} - t_{B1}} \quad [\text{SOUPROUD}] \quad (17-42)$$



Obr.17.10. K definici účinku souproudého výměníku tepla

Δt_A - změna teploty tekutiny A podél výměníku,
 $\Delta t_{\max}$ - maximální rozdíl mezi teplotami tekutin A a B ve výměníku

Poměr teplotních diferencí ($\Delta t_2/\Delta t_1$) v rov.(17-40a) vyjádříme nyní pomocí účinku η_A . Současně eliminujeme z tohoto poměru teplotu t_{B2} pomocí rov.(17-41):

$$t_{B2} = \zeta_{AB} (t_{A1} - t_{A2}) + t_{B1} \quad (17-41a)$$

Postupně dostaneme

$$\frac{\Delta t_2}{\Delta t_1} = \frac{t_{A2} - t_{B2}}{t_{A1} - t_{B1}} = \frac{t_{A1} - t_{A1} + t_{A2} - \zeta_{AB} (t_{A1} - t_{A2}) - t_{B1}}{t_{A1} - t_{B1}} = \frac{(t_{A1} - t_{B1}) - (t_{A1} - t_{A2}) (1 + \zeta_{AB})}{t_{A1} - t_{B1}}$$

$$\frac{\Delta t_2}{\Delta t_1} = 1 - \eta_A (1 + \zeta_{AB}) \quad (17-43)$$

Spojením rov.(17-40a), (17-43), (17-22a) a (17-25) dostaneme

$$1 - \eta_A (1 + \zeta_{AB}) = \exp [-N_A (1 + \zeta_{AB})] \quad [\text{SOUPROUD}] \quad (17-44)$$

Z rov.(17-44) vyjádříme explicitně počet převodových jednotek N_A a účinek výměníku η_A :

$$N_A = \frac{-\ln [1 - \eta_A (1 + \zeta_{AB})]}{1 + \zeta_{AB}} \quad [\text{SOUPROUD}] \quad (17-44a)$$

$$\eta_A = \frac{1 - \exp [-N_A (1 + \zeta_{AB})]}{1 + \zeta_{AB}} \quad [\text{SOUPROUD}] \quad (17-44b)$$

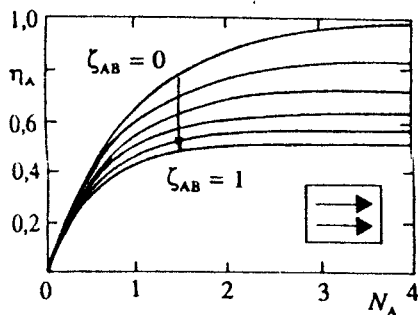
Tak jako u protiproudu je i pro souproud vytvořen na základě rov.(17-44b) graf typu (17-33) pro

$$\zeta_{AB} \in (0 ; 1)$$

Graf ilustrující tuto závislost je na obr. 17.11. V *Příkladech* je tento graf pro souproud ve formě vhodné k odečítání. Pokud chceme počítat faktor výměníku numericky, musí být opět užito iterace. Algoritmus tohoto výpočtu neuvádíme, protože je analogický postupu, který jsme

uvedli u protiproud.

Poznamenejme, že určité potíže mohou vzniknout při výpočtu účinku η_A na základě známé hodnoty N_A . Pokud dochází ve výměníku ke značné teplotní změně některé z tekutin, musíme při výpočtu faktoru výměníku ζ_{AB} napřed odhadnout teplotní změnu, abychom mohli určit měrnou tepelnou kapacitu dané tekutiny při aritmetické střední teplotě. Po upřesnění této teploty z vypočteného účinku η_A určíme novou střední teplotu a novou hodnotu faktoru výměníku, tj. výpočet opakujeme. Obvykle postačují dvě iterace.



Obr.17.11. Závislost účinku η_A na počtu převodových jednotek N_A a na faktoru výměníku ζ_{AB} pro souproud

17.4.3 Fázová přeměna

Jestliže u jedné tekutiny dochází k fázové přeměně (kondenzace nebo var), předpokládáme, že teplota této tekutiny se podél výměníku nemění. V tomto případě *není rozdíl mezi souproudem a protiproudem* (viz obr. 17.5b, c).

Předpokládejme, že fázová přeměna se týká tekutiny B. Entalpická bilance pro celý protiproudý výměník poskytla rov.(17-27):

$$\zeta_{AB} \equiv \frac{\dot{m}_A c_{pA}}{\dot{m}_B c_{pB}} = \frac{t_{B1} - t_{B2}}{t_{A1} - t_{A2}} \quad (17-27)$$

Protože při fázové přeměně tekutiny B

$$t_{B1} = t_{B2} = t_B \quad [\text{FÁZOVÁ PŘEMĚNA B}]$$

má faktor výměníku hodnotu

$$\zeta_{AB} = 0 \quad [\text{FÁZOVÁ PŘEMĚNA B}] \quad (17-45)$$

Jak z rov.(17-21) pro protiproud, tak i z rov.(17-40) pro souproud dostáváme

$$\ln \frac{\Delta t_2}{\Delta t_1} = -N_A \quad [\zeta_{AB} = 0, \text{ FÁZOVÁ PŘEMĚNA B}] \quad (17-46)$$

Rov.(17-46) upravíme zavedením účinku

$$\eta_A \equiv \frac{t_{A1} - t_{A2}}{t_{A1} - t_B} \quad [\text{FÁZOVÁ PŘEMĚNA B}] \quad (17-47)$$

Dostaneme *)

$$N_A = -\ln(1 - \eta_A) \quad [\text{FÁZOVÁ PŘEMĚNA B}] \quad (17-48a)$$

resp.

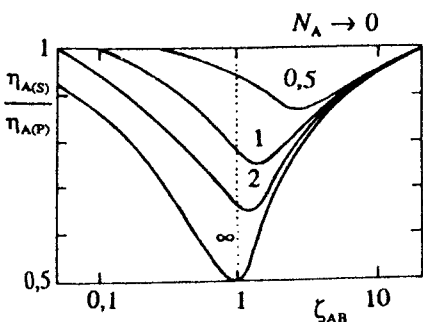
$$\eta_A = 1 - \exp(-N_A) \quad [\text{FÁZOVÁ PŘEMĚNA B}] \quad (17-48b)$$

Formálně stejné vztahy odvodíme, jestliže fázové přeměně podléhá tekutina A (tj. $\zeta_{BA} = 0$), avšak zapsané pro tekutinu B pomocí veličin N_B a η_B .

Literatura uvádí vztahy a grafy typu (17-33) pro další případy uspořádání proudů. Např. v *Příkladech* jsou tyto grafy pro křížoproudé a vícechodé výměníky tepla (kap. 12).

17.4.4 Porovnání souproudého a protiproudého výměníku tepla

Zajímavé porovnání souproudého a protiproudého výměníku tepla dostaneme ve formě podílu účinku η_A pro souproud podle rov.(17-44b) a pro protiproud podle rov.(17-31b), při týchž hodnotách N_A a ζ_{AB} , tj. např. při týchž hodnotách plochy tepelné výměny A , koeficientu k , hmotnostních toků $\dot{m}_A$ a $\dot{m}_B$. Podíl obou účinků označíme $\eta_{A(S)} / \eta_{A(P)}$. Obr. 17.12 ukazuje závislost tohoto podílu na hodnotách N_A a ζ_{AB} . Pro úspornost a přehlednost grafu je stupnice ζ_{AB} na obr. 17.12 logaritmická.



Obr. 17.12. Závislost poměru účinků $\eta_{A(S)} / \eta_{A(P)}$ pro souproud (S) a protiproud (P) na faktoru výměníku ζ_{AB} a počtu převodových jednotek N_A

Z obr. 17.12 je patrné, že u výměníků bez fázové přeměny je kromě případů technicky nezajímavých [součinitel prostupu tepla k blízký k nule, nízká hodnota plochy tepelné výměny A , zvláště vysoká hodnota toku tepelné kapacity ($\dot{m}_A c_{pA}$), tok tepelné kapacity jedné tekutiny je mnohem větší než u druhé] vždy účinek protiproudého výměníku vyšší. Z toho plyne

*) Ke stejným výsledkům dojdeme z rovnic pro protiproud nebo souproud, dosadíme-li $\zeta_{AB} = 0$.

úspora chladicí nebo ohřívací tekutiny při protiproudu oproti souproudu.

Nejvýraznější rozdíl v účincích obou uspořádání proudů představuje snížení účinku až na 50 % u souproudu proti protiproudu, jestliže faktor výměníku $\zeta_{AB} = 1$ a jestliže počet převodových jednotek $N_A \rightarrow \infty$. V tomto případě teplotní změna jedné tekutiny je rovna teplotní změně druhé tekutiny a $k A \gg \dot{m}_A c_{pA}$.

Naopak při $k A \ll \dot{m}_A c_{pA}$ (např. výměník s malou teplosměnnou plochou A nebo s velkým odporem proti prostupu tepla při velkém hmotnostním toku $\dot{m}_A$) není prakticky rozdíl mezi souproudým a protiproudým uspořádáním. Totéž se týká případů, když tok tepelné kapacity jedné tekutiny převládá nad druhou, tj. buď $\dot{m}_A c_{pA} \gg \dot{m}_B c_{pB}$, nebo $\dot{m}_A c_{pA} \ll \dot{m}_B c_{pB}$, tedy když $\zeta_{AB} \rightarrow 0$, nebo $\zeta_{AB} \rightarrow \infty$.

Obr. 17.12 také potvrzuje, že v případě *fázové přeměny* tekutiny A nebo B, kdy $\zeta_{AB} \rightarrow 0$ nebo $\zeta_{AB} \rightarrow \infty$, nezávisí účinek výměníku na uspořádání proudů ($\eta_{A(S)}/\eta_{A(P)} = 1$).

Protiproudý výměník, jak jsme ukázali, je výhodný z důvodu *vyššího účinku*. Z toho plyne *nižší spotřeba tekutiny* k chlazení či ohřívání. *Souproudému výměníku* však dáváme přednost v případě, když chceme *rychle změnit teplotu* (rychle ochladit či ohřát), neboť mezi vstupními proudy je mnohem větší teplotní difference než u protiproudu.

I když jsme kvantitativně neanalyzovali vlastnosti výměníku tepla s *křížovým* uspořádáním proudů tekutin A a B (viz obr. 17.1f), uveďme jeho nejdůležitější vlastnosti. Účinnost tepelného výměníku s křížovým proudem je větší než při souproudu, ale menší než při protiproudu. Používá se obvykle tehdy, když je objemový tok jedné tekutiny značně větší, než objemový tok druhé tekutiny. To je běžné při zahřívání či chlazení plynu kapalinou (např. zahřívání vzduchu v sušárně nebo při vytápění místností tělesy ústředního topení). Tekutina, která má větší hodnotu objemového toku, proudí vně trubek, které jsou obvykle žebrované.

17.4.5 Přímý výpočet plochy tepelné výměny

Popsaná metoda výpočtu parametrů výměníků tepla pomocí vztahů mezi bezrozměrovými veličinami N_A , η_A , ζ_{AB} je značně univerzální. Přesto se však dosud pro svou jednoduchost také používá metoda *přímého výpočtu* teplosměnné plochy A nebo účinné délky trubek výměníku L . Přímá metoda je založena na rozměrovém vztahu, jehož odvození si nyní ukážeme.

Uvažujeme *protiproudý* výměník, a vyjdeme proto z rov.(17-21):

$$\ln \frac{\Delta t_2}{\Delta t_1} = \frac{k A}{\dot{m}_A c_{pA}} \left(\frac{\dot{m}_A c_{pA}}{\dot{m}_B c_{pB}} - 1 \right) \quad (17-21)$$

Z této rovnice eliminujeme toky tepelných kapacit $(\dot{m}_A c_{pA})$ a $(\dot{m}_B c_{pB})$ pomocí rov.(17-26) a (17-36), z nichž dostaneme

$$\frac{\dot{m}_A c_{pA}}{\dot{m}_B c_{pB}} = \frac{t_{B1} - t_{B2}}{t_{A1} - t_{A2}} \quad \frac{1}{\dot{m}_A c_{pA}} = \frac{t_{A1} - t_{A2}}{\dot{Q}}$$

Z rov.(17-21) pak plyne

$$\ln \frac{\Delta t_2}{\Delta t_1} = \frac{k A}{\dot{Q}} (\Delta t_2 - \Delta t_1)$$

Zavedeme logaritmický střed rozdílů teplot

$$\Delta t_{ls} \equiv \frac{\Delta t_2 - \Delta t_1}{\ln \frac{\Delta t_2}{\Delta t_1}} \quad (17-49)$$

a obdržíme jednoduchou rovnici

$$\dot{Q} = k \Delta t_{ls} A \quad [\text{DESKA}] \quad (17-50)$$

Z toho

$$A = \frac{\dot{Q}}{k \Delta t_{ls}} \quad [\text{DESKA}] \quad (17-50a)$$

Pro válcovou trubku bychom stejným postupem dostali

$$\dot{Q} = k_L \Delta t_{ls} L \quad [\text{VÁLEC}] \quad (17-51)$$

Pro délku L potom platí

$$L = \frac{\dot{Q}}{k_L \Delta t_{ls}} \quad [\text{VÁLEC}] \quad (17-51a)$$

Logaritmický střed rozdílů teplot Δt_{ls} je rovněž dán rov.(17-49).

Snadno ukážeme, že rov.(17-50) a (17-51) platí i pro souproud a pro případ, že jedna z tekutin podléhá fázové přeměně a že je její teplota podél výměníku konstantní.

V rozmezí

$$0,5 \leq \Delta t_2 / \Delta t_1 \leq 2$$

lze s relativní chybou 4% nahradit logaritmický střed Δt_{ls} středem aritmetickým Δt_{as} :

$$\Delta t_{ls} \doteq 0,5(\Delta t_1 + \Delta t_2) = \Delta t_{as} \quad (17-52)$$

Protože k výpočtu hodnot A nebo L potřebujeme napřed určit hodnotu Δt_{ls} , musíme znát dvě vstupní a dvě výstupní teploty. Chybí-li jedna z výstupních teplot, dopočítáme ji napřed z bilance toků entalpie, např. pro protiproud jde o rov.(17-26). Jsou-li neznámé dvě teploty, je nutno postupovat iteračně.

Výpočet vedoucí k určení rozměrů zařízení jako v případě stanovení hodnoty A nebo L se nazývá *konstrukční výpočet*, protože vypočtené údaje umožňují konstruovat zařízení splňující naše požadavky. Je-li však velikost zařízení dána, např. plochou A nebo délkou L , a předmětem výpočtu jsou provozní parametry takového zařízení, jde o *výpočet kontrolní*. Tento výpočet může být mj. uplatněn pro posouzení, zda dané zařízení může být použito při změně podmínek (např. jiné tekutiny, jiné průtoky, jiné vstupní teploty). Měníme-li vstupní údaje a zjišťujeme, jakou odezvu v daném zařízení vykazují údaje výstupní, mluvíme o *simulačním výpočtu*. Tento typ výpočtu se často používá k získání dat pro regulaci chodu daného zařízení.

17.5 Výpočet neustáleného prostupu tepla ve výměnících

S neustáleným sdílením tepla se setkáváme nejen v regeneračních, ale též v rekuperačních výměnících, na jejichž popis jsme se soustředili.

Neustálený prostup tepla nastává především u vsádkových zařízení, jako jsou reaktory, krystalizátory, zařízení na rozpouštění pevné fáze ap. Sem patří výměník typu duplikátoru s míchadlem (obr. 17.1a). Zde dochází ke sdílení tepla z páry kondenzující v prostoru pláště do kapaliny v nádobě. Mnohdy je topná soustava umístěna ve vlastní nádobě a cirkulace je samovolná, bez instalovaného míchadla. Teplotu kondenzující páry můžeme považovat za *konstantní*.

Náročnější pro matematicko-fyzikální popis je případ ohřevu nebo chlazení obsahu nádoby tekutinou bez fázové přeměny, u níž dochází ke změně teploty. Nyní ukážeme řešení obou případů.

17.5.1 Ohřev kapaliny v nádobě kondenzující párou

Uvažujeme typ výměníku podle obr. 17.1a. Do prostoru zdvojeného pláště přivádíme nasycenou (topnou) páru (tekutina A) podle obrázku a v nejnižší části pláště odvádíme kondenzát připojeným odlučovačem kondenzátu (viz obr. 17.2).

Předpokládáme pro jednoduchost, že teplota nasycené páry na vstupu do výměníku t_A je stejná jako teplota vystupujícího kondenzátu, tj. platí:

$$t_A = \text{konst} \quad (17-53)$$

V nádobě se nachází kapalina B, která se v průběhu času *ohřívá*, tj. zvyšuje svou teplotu t_B . Platí tedy

$$t_B = t_B(\tau) \quad (17-54)$$

Předpokládáme, že teplota t_B má v daný okamžik v *celém prostoru nádoby stejnou hodnotu*. Předpokládáme tedy, že homogenizace je z hlediska rozložení teplot v kapalině B dokonalá (viz kap. 12 - míchání).

V praxi přichází opět v úvahu konstrukční nebo kontrolní výpočet. Při *konstrukčním výpočtu* hledáme velikost teplosměnné plochy A , která zajistí, že se vsádka ohřeje na stanovenou teplotu t_B za určitý čas τ . Při *kontrolním výpočtu* je plocha A dána a hledáme dobu τ , za kterou se ohřeje vsádka na zvolenou teplotu t_B , nebo hledáme teplotu t_B pro zadaný čas τ , nebo teplotu topné páry t_A , která je nutná pro dosažení určité teploty t_B v určitém čase τ . Ve všech případech bude žádoucí znát celkovou spotřebu páry $\dot{m}_A$ pro ohřev vsádky o hmotnosti m_B .

Vzhledem k neustálenosti procesu zapišeme *entalpickou bilanci* pro diferenciální časový interval $d\tau$, tj. $dQ = dH_B$. Tepelný tok $\dot{Q}$ z kondenzující páry do kapaliny B (o hmotnosti m_B) za diferenciální časový interval $d\tau$ zvýší teplotu kapaliny o dt_B a po rozepsání entalpie dostáváme:

$$dQ \equiv \dot{Q} d\tau = m_B c_{pB} dt_B \quad (17-55)$$

Současně v čase τ platí *kinetická rovnice*:

$$\dot{Q} \equiv \frac{dQ}{d\tau} = k (t_A - t_B) A \quad (17-56)$$

Pro další postup předpokládáme, že koeficient prostupu tepla k je konstantní (nezávislý na teplotě t_B) a že teplosměnná plocha A je rovněž konstantní.

Spojením rov.(17-55) a (17-56) dostaneme po úpravě

$$\frac{dt_B}{t_A - t_B} = \frac{k A d\tau}{m_B c_{pB}} \quad (17-57)$$

Obvykle se nedopustíme větší chyby, když do rov.(17-57) dosadíme *měrnou tepelnou kapacitu* c_{pB} *při aritmetické střední teplotě tekutiny B* na počátku ohřevu (t_{B0}) a v čase $\tau(t_B)$. Potom považujeme c_{pB} rovněž za konstantu. Bezrozměrovou rov.(17-57) potom můžeme upravit takto: Nejprve zavedeme analogicky k rov.(17-22a) nebo (17-22b) počet převodových jednotek pro neustálený ohřev kapaliny B:

$$N_B = \frac{k A \tau}{m_B c_{pB}} \quad (17-58)$$