

9 Charakter proudění v zařízeních

Egon Eckert, Miloš Marek, Lubomír Neužil, Jiří Vlček

A Výpočtové vztahy

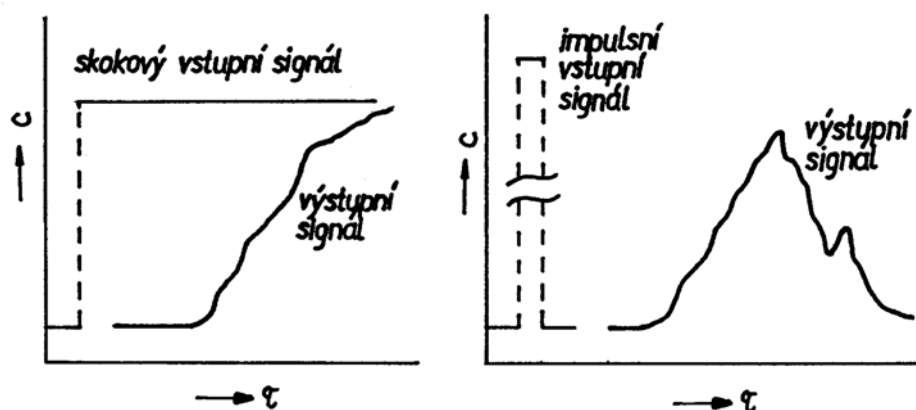
Jedním ze způsobů, který nám v praxi umožňuje získat alespoň omezené informace o charakteru proudění v daném zařízení, je stanovení distribuce dob prodlení jednotlivých částic, tj. doby, po kterou částice v zařízení setrvají. Rozborem údajů o distribuci dob prodlení získaných na daném zařízení (např. porovnáním s průběhy distribučních funkcí pro případy se známým charakterem proudění) si můžeme vytvořit vhodnou představu o proudění tekutiny v zařízení, tj. sestavit vhodný model proudění a ten pak využít k dalším výpočtům.

9.1 Distribuce dob prodlení

Diferenciální funkce distribuce dob prodlení $E(\tau)$ na výstupu ze zařízení je definována tak, že $E(\tau) d\tau$ představuje podíl částic tekutiny na výstupu ze systému, jejichž doba prodlení je v rozmezí τ až $(\tau + d\tau)$. Integrací funkce $E(\tau)$ dostaneme funkci $F(\tau)$, označovanou jako distribuční funkce dob prodlení, která udává jaký je podíl částic majících dobu prodlení 0 až τ , tj. částic, jež do doby τ opustily systém. Platí

$$F(\tau) = \int_0^{\tau} E(\tau) d\tau \quad (9-1)$$

Údaje o distribuci dob prodlení se získávají metodou vzruchu a odezvy. Princip metody je schematicky znázorněn na obr. 9-1.



Obr. 9-1. Metoda vzruchu a odezvy

V čase $\tau = 0$ je tedy $F(0) = 0$ a pro $\tau \rightarrow \infty$ je $F(\tau) \rightarrow 1$. Podíl částic ve výstupním proudu, jejichž doba prodlení je v rozmezí τ až $(\tau + d\tau)$ je pak roven diferenciálu $dF = E(\tau) d\tau$. Jestliže c_0 je počáteční koncentrace stopovací látky v zařízení, c_K konstantní koncentrace stopovací látky na vstupu a $c_1(\tau)$ koncentrace na výstupu, pak pro odezvu na skokový vstupní signál platí:

$$F(\tau) = [c_1(\tau) - c_0] / (c_K - c_0) \quad (9-1a)$$

Střední dobu prodlení částic tekutiny v systému $\bar{\tau}$ můžeme určit jako integrální střední hodnotu:

$$\bar{\tau} = \int_0^1 \tau \, dF / [F(\infty) - F(0)] = \int_0^1 \tau \, dF \quad (9-2)$$

Střední dobu prodlení můžeme také vypočítat jako

$$\bar{\tau} = V_S / \dot{V} = \int_0^{\infty} \tau E(\tau) \, d\tau \quad (9-3)$$

Označíme-li $\bar{\tau}$ střední dobu prodlení částic v zařízení, kde tekutina proudí pístovým tokem, je v tomto případě funkce $E(\tau)$ definována jako

$$\begin{aligned} E(\tau) &= 0 & \tau &\neq \bar{\tau} \\ E(\tau) &= \infty & \tau &= \bar{\tau} \end{aligned} \quad (9-4)$$

Podobně funkce $F(\tau / \bar{\tau})$ bude

$$\begin{aligned} F(\tau / \bar{\tau}) &= 0, & \tau / \bar{\tau} &< 1 \\ F(\tau / \bar{\tau}) &= 1, & \tau / \bar{\tau} &> 1 \end{aligned} \quad (9-4a)$$

Jestliže $\bar{\tau}$ je střední doba prodlení v ideálně (dokonale) promíchávaném systému (např. ideálně míchaném průtočném reaktoru), je funkce $E(\tau)$ v tom případě

$$E(\tau) = (1/\bar{\tau}) \exp(-\theta) \quad (9-5)$$

kde $\theta = \tau / \bar{\tau}$.

Distribuční funkce $F(\theta)$ je pak

$$F(\theta) = 1 - \exp(-\theta) \quad (9-5a)$$

Funkce $E(\tau)$ v kaskádě N shodných ideálních mísičů, kde doba prodlení v soustavě je $\bar{\tau}$ (a tedy doba prodlení v jednom členu $\bar{\tau}/N$) je popsána vztahem

$$E(\tau) = (N/\bar{\tau}) [1 / (N-1)!] (N\tau/\bar{\tau})^{N-1} \exp(-N\tau/\bar{\tau}) \quad (9-6)$$

B Úlohy

U9-1: V tabulce je uvedena distribuce dob čekání motoristů u 23 benzinových čerpadel. Jaká je střední doba čekání?

Celková doba čekání (min)	0	3	6	9	12	15	18	21
Počet benzinových čerpadel s touto dobou čekání	0	4	3	5	8	2	1	0

Výsledek: Střední doba čekání je 9,5 minuty.

U9-2: V průtočném zařízení byly za ustáleného stavu získány následující údaje o odezvě na skokovou změnu koncentrace na vstupu:

τ (s)	0	15	25	35	45	55	65	75	95	115
c_1 (kg m ⁻³)	0	0,5	1,0	2,0	4,0	5,5	6,5	7,0	7,7	7,9

Znáznorněte graficky funkci distribuce dob prodlení na výstupu ze systému $F(\tau)$ a určete střední dobu prodlení.

Výsledek: Střední doba prodlení je přibližně 47 s.

U9-3: Nalezněte distribuci dob prodlení reálného aparátu představovaného dvěma ideálními míšiči o poměru objemů $\mu : (1 - \mu)$, do kterých se celkový nástřík dělí v poměru $\lambda : (1 - \lambda)$.

Výsledek: Distribuci dob prodlení je možno popsat vztahem

$$F(\tau) = \lambda \left[1 - \exp \left(-\frac{\lambda \tau}{\mu \tau} \right) \right] + (1 - \lambda) \left[1 - \exp \left(-\frac{(1 - \lambda) \tau}{(1 - \mu) \tau} \right) \right]$$

U9-4: Charakter proudění v průtočném aparátu byl sledován mžikovým přidáním stopovací látky. Koncentrace stopovací látky na výstupu z aparátu v závislosti na čase (měřeném od okamžiku přidání) c_1 je uvedena v tabulce.

τ (min)	0,1	0,2	1,0	2,0	5,0	10,0	30,0	>30
c_1 (kg m ⁻³)	0,20	0,17	0,15	0,125	0,07	0,02	0,001	0

Ukažte, kterému z idealizovaných typů proudění (pístový tok, dokonalé promíchávání) se charakter proudění v aparátu blíží.

Výsledek: Charakter proudění v daném zařízení se dá dobře popsat modelem ideálního míšiče o střední době prodlení 4,85 min.

U9-5: Pro popis rychlostního profilu při turbulentním proudění trubkou můžeme použít následujícího vztahu $v = v_{max} (1 - r/R)^{1/7}$.

Zde v je rychlost toku, r je vzdálenost od osy trubky, R je vnitřní poloměr trubky a v_{max} je rychlost toku v ose trubky. Odvoďte funkci $F(\tau)$.

Výsledek: $F(\tau) = 1 - 0,424 \left(\bar{\tau} / \tau\right)^8 + 0,0548 \left(\bar{\tau} / \tau\right)^{15}$ pro $\tau / \bar{\tau} > 0,817$

$F(\tau) = 0$ pro $\tau / \bar{\tau} \leq 0,817$

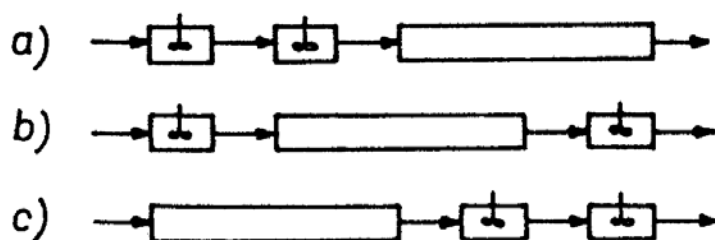
U9-6: Jestliže funkce distribuce dob prodlení $F(\tau)$ zjištěná experimentálně má tvar

$$F(\tau) = 1 - (1 + 3\tau + 4,5\tau^2) \exp(-3\tau)$$

o jakou kaskádu se jedná ?

Výsledek: Jedná se o kaskádu tří ideálních mísičů.

U9-7: Zakreslete schematicky funkce distribuce dob prodlení $F(\tau)$ a $E(\tau)$ pro případy kombinací ideálních mísičů a nádoby s pístovým tokem, které jsou schematicky nakresleny na obr.9-4.



Obr.9-4. Kombinace ideálních mísičů a nádoby s pístovým tokem k úloze U9-7

U9-8: Trubkovým vedením 1 km dlouhým o průměru 10 cm je čerpáno víno rychlostí 1 km h^{-1} . Vedení se používá k čerpání bílého i červeného vína, směs se dává na trh jako levné Rosé - stolní víno. Na základě měření bylo zjištěno, že charakter proudění uvedeným potrubím může být popsán jako sériové zapojení trubky s pístovým tokem délky 950 m a kaskády pěti stejně velkých ideálně míchaných nádob. Určete:

a) Po jaké době po přepnutí z bílého na červené víno je nutno začít s plněním vína Rosé do zásobníku, jestliže bílé víno smí obsahovat maximálně 2 % obj. červeného vína ?

b) Za jak dlouho je možno plnit lahve červeným vínem, jestliže červené víno smí obsahovat maximálně 5 % obj. bílého vína ?

c) Kolik m^3 vína Rosé vznikne ?

d) Jaké je složení vína Rosé ?

Výsledek: a) 694,8 s, b) 750 s, c) $0,606 \text{ m}^3$, d) 59 % obj. červeného vína.

U9-9: Soustava reaktorů byla studována z hlediska distribuce dob prodlení. Vstupní proud obsahuje 1 kg m^{-3} NaCl, který neovlivňuje probíhající chemické reakce. Této skutečnosti bylo využito k provedení skokové změny v koncentraci NaCl na vstupu a byl sledován časový průběh koncentrace NaCl ve výstupním proudu. Použijte naměřená data na nalezení křivky $F(\tau)$ a odhadněte střední dobu prodlení ve zkoumané soustavě reaktorů.

Čas	8:00	8:01	8:02	8:03	8:04	8:05	8:06	8:07
Výst. konc./ kg m^{-3}	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,2

Čas	8:08	8:09	8:10	8:11	8:12	8:13	8:14	8:15
Výst. konc./ kg m^{-3}	1,4	1,6	1,8	2,0	2,2	2,4	2,6	2,8

Čas	8:16	8:17	8:18	8:19	8:20	9:00
Výst. konc./ kg m^{-3}	3,0	3,0	3,0	3,0	3,0	3,0

Výsledek: Střední doba prodlení je 11 minut.

Literatura

N1 Neužil, L., Míka, V.: Chemické inženýrství I A, B. VŠCHT, Praha 1998